

Un modelo para la clasificación de areniscas

A sandstones classification model

Jabbour, Georges*; Márquez, Renny y Guerra, Irma
Escuela de Ingeniería de Sistemas Facultad de Ingeniería. ULA.
Mérida, 5101 Venezuela
*jabbour@ula.ve

Recibido: 13-10-2008

Revisado: 23-07-2009

Resumen

En este artículo se formula un modelo, llamado Modelo Discriminante Determinístico (MDD), para la clasificación de areniscas, pertenecientes a las rocas sedimentarias clásticas, el cual modela matemáticamente los diagramas triangulares del método de clasificación de Pettijohn, Potter y Siever. En la actualidad este es el método más utilizado en los estudios de petrología sedimentaria clástica, debido al tratamiento que le otorga a sus componentes. Sin embargo, este procedimiento tiene la desventaja de que su uso representa una tarea que consume tiempo y esfuerzo para quien los emplea. El modelo matemático elaborado en esta investigación transforma el diagrama de tres coordenadas mencionado, en uno con dos coordenadas, que utiliza el porcentaje de feldespatos, de fragmentos de roca y de contenido de matriz detrítica para clasificar las areniscas. Los resultados demuestran que el modelo clasifica sin errores todos los tipos de areniscas, y además ofrece una solución que puede ser implementada computacionalmente en una forma sumamente sencilla, permitiendo al usuario obtener resultados correctos inmediatamente, facilitando su trabajo.

Palabras clave: Clasificación, areniscas, rocas sedimentarias clásticas, modelo discriminante determinístico.

Abstract

In this paper a model, known as a deterministic discriminant model, to classify sandstones, belonging to the clastic sedimentary rocks, is formulated. This model represents the triangular diagrams of the Pettijohn, Potter and Siever's classification method, which is the most used in the clastic sedimentary petrology studies, because of its treatment of the component elements. Nevertheless, these diagrams have the disadvantage; its use for classification becomes a task that requires a lot of time and effort. The mathematical model here proposed replaces the three coordinate diagram by one with only two coordinates, using feldspar, rock fragments and detrital matrix percentages to classify sandstones. The results of this research show that the model classifies without error all types of sandstones, and moreover, it offers a computationally implementable solution in a very simple way, obtaining accurate results in a matter of no time.

Key words: Classification, sandstones, clastic sedimentary rocks, deterministic discriminant model.

1 Introducción

El proceso de clasificación de los sedimentos se inicia observando la sección fina de una roca a través de un microscopio de luz polarizada, y es a partir de allí que se puede determinar cuáles son las propiedades que identifican dicha roca, las cuales son estudiadas bajo distintos métodos de clasificación dependiendo si la roca es clástica o no clástica (Scasso y col., 1997). El estudio de las rocas sedimentarias clásticas es de suma importancia, ya que este tipo de rocas es uno de los tres grupos de rocas sedimentarias mayoritarias y, además, es una de las principales rocas almacén del petróleo (Scasso y col., 1997).

Si el tipo de roca, de acuerdo a sus características, es clástica y pertenece al grupo de las areniscas, existen diversos métodos para clasificar a este tipo de roca, entre los cuales se tienen el de (Dott, 1964; Dickinson, 1970; Okada, 1971; Fol, 1980 y Pettijohn et al. 1987). Para el estudio actual, el método utilizado corresponde al de (Pettijohn et al. 1987). Sin embargo, este método por sí solo no ofrece un mecanismo amigable para realizar esta tarea, puesto que implica una manipulación que puede ser considerada como tediosa, y además, no posee la capacidad de ser implementada mediante herramientas computacionales. Es por ello, que en esta investigación se ha planteado elaborar un modelo, llamado Modelo

Discriminante Determinístico (MDD), con el cual se podría crear una herramienta que automatice la tarea de clasificar areniscas, donde el usuario sólo introduciría las propiedades de una roca y obtendría como resultado la clase a la que pertenece dicha roca. Vale la pena destacar, que el objetivo no es proponer un criterio de clasificación alternativo al propuesto por (Pettijohn et al. 1987), sino transformar la manera en la que éste es utilizado, para facilitar el proceso de clasificación de las rocas bajo consideración. El modelo que se propone, se puede implementar de manera sumamente sencilla en cualquiera de los lenguajes disponibles actualmente, tal como C, C++, Java, Python, o crearlo como un componente de MATLAB, entre otros.

2 Clasificación de las areniscas

Un punto crítico en la elaboración del sistema de clasificación para las areniscas, es la elección de los criterios que serán empleados para construirlo. Para este tipo de rocas, un grupo relativamente grande de parámetros ha sido empleado por distintos autores para proponer diferentes planteamientos. En este sentido, han sido propuestas más de 50 clasificaciones de areniscas sobre la base de la composición de clastos, el porcentaje de cemento, la composición y porcentaje de cemento, el grado de alteración, las estructuras sedimentarias, entre otras (Krynine, 1948). Es importante destacar que en ningún caso todos estos parámetros fueron empleados en forma conjunta (Scasso y Limarino, 1997). En la práctica, dos aspectos de las areniscas han demostrado ser los más útiles para la clasificación (Pettijohn, 1975; Pettijohn et al. 1987; Boggs, 1992):

- La composición de clastos: es empleada como un indicador de procedencia, y aunque su significado parece obvio, es necesario subrayar que la composición química no solo depende del área de la fuente. Sustanciales modificaciones en la composición, con eliminación selectiva de determinados componentes, pueden alcanzarse luego de un prolongado transporte. Estos cambios pueden deberse, por ejemplo, al efecto de determinados mecanismos de sedimentación y erosión.
- El porcentaje de matriz: este ha sido considerado en varias clasificaciones como un indicador de fluidez de las corrientes que depositaron las areniscas. Así, las areniscas que muestran bajos porcentajes de matriz son interpretadas como formadas a partir de corrientes altamente fluidas, mientras que aquellas con porcentajes significativos de material intersticial, reflejarían la existencia de corrientes altamente viscosas.

Tomando en cuenta estos dos aspectos, muchos autores han propuesto formas particulares de clasificación, entre los cuales se encuentran (Pettijohn et al. 1987), que son los creadores del método de clasificación utilizado en el presente artículo.

2.1 Clasificación de Pettijohn, Potter y Siever 1987

Como base para realizar la clasificación, los autores (Pettijohn et al. 1987), toman cuatro componentes, tres de ellos relativos a la composición, los cuales son el cuarzo, el feldespatos y los fragmentos de roca; y otro relativo al contenido en matriz detrítica.

(Pettijohn et al., 1987) hacen un estudio crítico de las nomenclaturas, precedencia de los términos y uso primitivo, con lo cual definen una nomenclatura semejante a la de (Fol., 1980). En la clasificación de (Pettijohn et al. 1987), existen tres triángulos, los cuales, se pueden observar en la Fig. 1; los dos primeros triángulos pertenecen cada uno a una familia de areniscas y el último triángulo pertenece a las lutitas, que es un tipo de roca sedimentaria clástica pero no pertenece a las areniscas. Por ello, aunque los resultados son también aplicables a las lutitas, el tercer triángulo no será estudiado.

Las areniscas se clasifican en dos familias:

- Familia de Arenitas: Se ubican en la clasificación de (Pettijohn et al., 1987), con porcentaje de matriz menor al 15 % y está subdividida en cinco tipos de arenitas: arenita cuarzosa (cuarzoarenita), arenita lítica (litarenita), sublitarenita, arenita feldespática (arcosa) y subarcosa.
- Familia de Grauvacas: son rocas con más del 15 % de matriz y menos del 75 % de matriz detrítica y en general con menos del 75 % de cuarzo. De acuerdo a la composición, las grauvacas se dividen o se clasifican en grauvaca cuarzosa (cuarzovaca), grauvaca feldespática y grauvaca lítica.

2.2 Procedimiento para utilizar la clasificación de Pettijohn, Potter y Siever 1987

En la clasificación de (Pettijohn et al. 1987), la matriz define el tipo de triángulo a utilizar, es decir, si la matriz es menor que 15 %, la roca que se está clasificando pertenece a la familia de las arenitas que conforman el primer triángulo; si la matriz está comprendida entre 15 % y 75 %, la roca pertenece a la familia de las grauvacas y, finalmente, si la matriz es mayor que 75 %, la roca pertenece a las lutitas, cuya clasificación se emplea de una manera diferente a las areniscas y no es tema de discusión en este estudio. El tamaño de grano de la roca que se esté clasificando, ya sea arenita o grauvaca, define si la misma es de arena muy gruesa, arena gruesa, arena media, arena fina y arena muy fina. Para determinar si un tipo de roca pertenece a uno de los cinco tipos de arenitas o si pertenece a uno de los tres tipos de grauvaca se debe realizar un análisis que depende de los componentes de clastos, los cuales están integrados por: porcentaje de cuarzo, porcentaje de feldespatos y porcentaje de fragmentación de roca. Cabe destacar, que estos 3 porcentajes deben totalizar un 100 %, indiferentemente del caso.

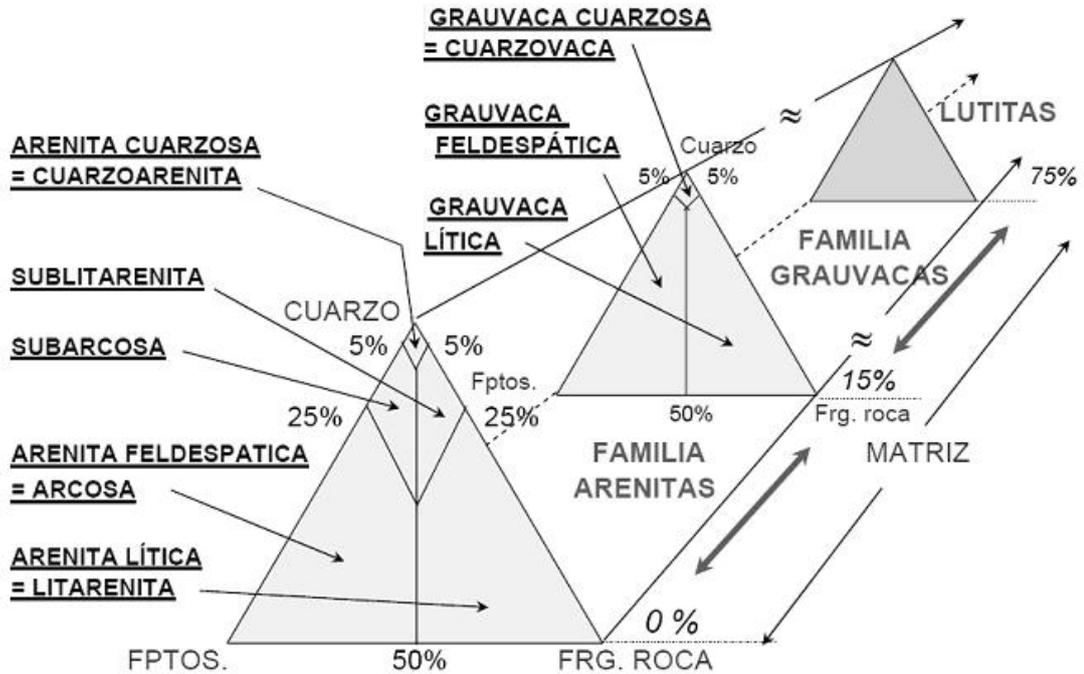


Fig. 1. Clasificación de (Pettijohn et al., 1987)

La interpretación de la Fig. 1 puede ser un poco compleja. Un resumen de dicha interpretación se refleja en la Tabla 1. Esta muestra cada uno de los tipos de roca, el intervalo de porcentaje de matriz los intervalos de porcentaje

de cuarzo, porcentaje de feldespatos y porcentaje de fragmentación de roca, que puede tener cada una de las arenitas, grauvacas y lutitas.

Tabla 1. Valores correspondiente a cada tipo de roca, tomando en cuenta la clasificación de (Pettijohn et al. 1987)

Tipo de familia	Tipo de roca	Cuarzo (%)	Feldespatos (%)	Fragmentos de roca (%)	Matriz (%)
ARENITAS	Cuarzoarenita	$C > 90$	$0 < F < 5$	$0 < Fr < 5$	
	Sublitarenita	$50 < C < 95$	$0 < F < 25$	$5 < Fr < 25$	
	Subarcosa	$50 < C < 95$	$5 < F < 25$	$0 < Fr < 25$	Matriz < 15
	Arcosa	$0 < C < 75$	$25 < F < 100$	$0 < Fr < 50$	
	Litarenita	$0 < C < 75$	$0 < F < 50$	$25 < Fr < 100$	
GRAUVACAS	Cuarzovaca	$C > 90$	$0 < F < 5$	$0 < Fr < 5$	
	Grauvaca feldespática	$0 < C < 95$	$5 < F < 100$	$0 < Fr < 50$	$15 < Matriz < 75$
	Grauvaca Lítica	$0 < C < 95$	$0 < F < 50$	$5 < Fr < 100$	
LUTITAS	Lutita				Matriz > 75

Como se mencionó, el método dispone de 3 triángulos. Los dos primeros triángulos tendrán en cada una de sus aristas un componente, como se puede observar en la Fig. 1.

La Fig. 2 muestra un diagrama triangular en el que cada vértice del triángulo corresponde al 100 % del componente, y por tanto el 0 % de los otros dos. El componente A es el cuarzo, el componente B es el feldespato y el componente C es el fragmento de roca. Cada arista es un diagrama binario de los dos componentes que figuren en sus extremos, y obviamente con el 0 % del tercer componente (el vértice opuesto). Cada punto del interior representa tres valores de porcentajes que son directamente proporcionales a las distancias de las aristas opuestas al vértice en el que Fig. el componente. Además, pueden observarse ciertas divisiones horizontales y oblicuas, las cuales tienen el objetivo de facilitar la ubicación de una roca en el diagrama, es decir, sirven únicamente como referencia.

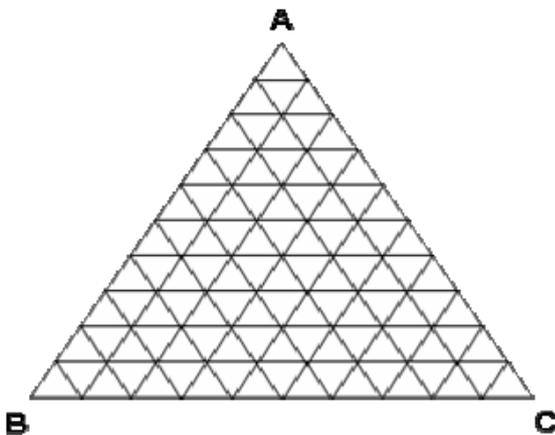


Fig. 2. Diagrama triangular

En la Fig. 2, las divisiones antes mencionadas representan referencias múltiplos de 10, ya que la distancia de un vértice a la arista opuesta ha sido dividida en 10 partes iguales, y por sus valores se han trazado paralelas a dicha arista. De este modo, el triángulo queda dividido en 100 triángulos equiláteros menores, dentro de los cuales los márgenes de variación de A, B y C, son del 10 %. Para cada punto de unión de tres rectas, la suma de los tres porcentajes (A, B y C) es siempre 100. En cada unión, dependiendo de la parte del triángulo donde se encuentre, se define el tipo de roca.

2.3 Ejemplo de clasificación de areniscas

Para una sección fina de roca que está siendo observada en el microscopio, se tiene que sus componentes de clasos están determinados por los siguientes valores:

- % Cuarzo total: 89
- % Fragmentos de roca: 3
- % Feldespatos: 8
- % Matriz: 20

El primer dato que se debe evaluar es el porcentaje de matriz, que en este caso es de 20 %. Por ello, de la Fig. 1 y Tabla 1, se tiene que el triángulo correspondiente es el de la familia de las grauvacas, que puede observarse en la Fig. 3. Luego se procede a determinar el tipo de grauvacas de acuerdo a los valores que presentan sus componentes (cuarzo, feldespatos, fragmentos de roca).

El porcentaje de cuarzo, que corresponde al vértice A de la Fig. 3, se representa en líneas paralelas al lado opuesto, es decir, el lado conformado por las aristas B y C. El porcentaje de feldespatos, que corresponde al vértice B, se representa en líneas paralelas al lado opuesto, es decir, al lado definido por los vértices A y C. Finalmente, el porcentaje de fragmentos de roca, que corresponde al vértice C, se representa en líneas paralelas al lado opuesto conformado por los vértices A y B.

En la Fig. 3, la línea punteada horizontal representa el 89 % de cuarzo, la línea punteada paralela a la arista AB representa el 3 % de fragmentos de roca, mientras que la línea punteada restante representa el 8 % de feldespatos. El punto de intersección de las tres líneas punteadas pertenece a la región identificada como "grauvacas feldespáticas", y por lo tanto, el tipo de roca que se está clasificando se identifica como una grauvacas feldespática.

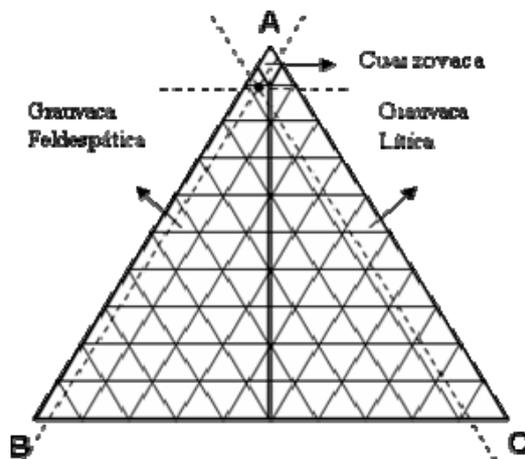


Fig. 3. Representación de la roca del ejemplo en el diagrama triangular

3 Formulación del modelo discriminante determinístico

El procedimiento explicado en la sección anterior puede formularse matemáticamente mediante un conjunto de sistemas de inequaciones, a lo que en esta investigación se ha llamado el Modelo Discriminante Determinístico (MDD). La gran ventaja del enfoque propuesto es la facilidad de su implementación computacional.

En las Fig. 4 y Fig. 5, se muestra el diseño elaborado por (Pettijohn et al. 1987) para clasificar arenitas y grauva-

cas, respectivamente, en forma separada; cada uno de los triángulos de este método se encuentra dividido en cierto número de polígonos mutuamente excluyentes, y por lo tanto, un punto que pertenece al interior de un determinado polígono no puede pertenecer al interior de ningún otro. Cabe destacar que, según este método, las fronteras de los polígonos no son tomadas en el proceso de clasificación, de manera que si las propiedades de una roca hacen que esta se ubique sobre cualquiera de estas líneas, entonces no se puede clasificar.

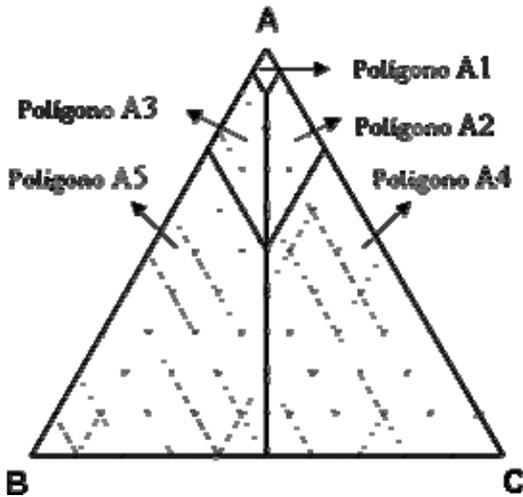


Fig. 4. Triángulo A del método de (Pettijohn et al., 1987)

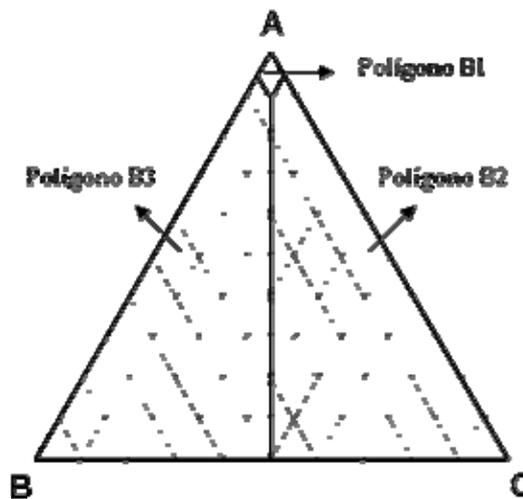


Fig. 5. Triángulo B del método de (Pettijohn et al., 1987)

La región del plano correspondiente a un polígono puede ser representada matemáticamente mediante un sistema de inecuaciones lineales (Swokowski, 1988; González, 2004; Swokowski y Jeffery, 2006). Por lo tanto, a cada polígono que forma parte de cada triángulo corresponde un sistema de inecuaciones diferente, de manera que un punto dado puede satisfacer a un solo sistema de inecuaciones, ya que los polígonos son disjuntos. Dicho de otra manera, cada

uno de los puntos interiores de un polígono en particular debe satisfacer el sistema de inecuaciones asociado a ese polígono, y a su vez, no debe satisfacer a ningún otro sistema de inecuaciones, ya que eso significaría que los polígonos se solapan, violando los fundamentos del método de (Pettijohn et al., 1987).

Para representar cada uno de los polígonos resultantes del método de (Pettijohn et al., 1987) como un sistema de inecuaciones lineales, que depende de dos variables “x” e “y”, es necesario realizar un cambio en el mismo, el cual implica llevar cada uno de los triángulos A y B a un plano, con el objetivo de obtener las propiedades de cuarzo, feldespatos y fragmentos de roca en términos de estas dos variables, y así poder conseguir el sistema de inecuaciones lineales correspondiente a cada tipo de roca.

3.1 Ubicación de triángulos en el eje de coordenadas x-y.

En el Modelo Discriminante Determinístico (MDD) que se desea implementar, es necesario ubicar cada uno de los puntos de los triángulos A y B en el plano, para poder demostrar con ecuaciones matemáticas que los polígonos que pertenecen a cada una de las clases de areniscas son el resultado de la intersección de cierto conjunto de semiplanos, donde cada uno de ellos se puede expresar a través de una inecuación lineal.

Por lo tanto, la ubicación de los triángulos en el plano implica que cada punto del diagrama triangular, digamos $P_{DT}(C,F,Fr)$ (que está definido por 3 valores), debe ser expresado como un punto en el plano $P_p(x,y)$.

Para llevar a cabo la transformación del P_{DT} a un P_p , se asume que la altura y base del diagrama triangular son iguales a 100, y por lo tanto, al ubicar este diagrama en el primer cuadrante del nuevo plano, la base y altura siguen siendo iguales a 100. Para obtener el punto $P_p(x,y)$, es necesario recordar que en el procedimiento de (Pettijohn et al. 1987), la suma de las tres propiedades es igual a 100, lo que indica que al obtener el valor de dos propiedades el valor de la tercera propiedad es conocida por complemento. De esta manera, para encontrar el punto $P_p(x,y)$ solo se necesitan dos propiedades, y es indiferente cuáles dos sean.

Entonces, para encontrar a $P_p(x,y)$, se hará uso de las propiedades feldespatos (F) y fragmentos de roca (Fr), indicando que las coordenadas de P_p estarán en función de las propiedades mencionadas, es decir, $x=f_1(F,Fr)$; $y=f_2(F,Fr)$.

En la Fig. 6 se puede observar el diagrama triangular original utilizado por (Pettijohn et al. 1987), sin considerar la familia a la que pertenece la roca, y se indica la forma de representar cada uno de los componentes. En la Fig. 7 se muestra el diagrama triangular ubicado en el plano, donde la recta entre C y Fr representa el feldespato, y todas las rectas paralelas a esta que se encuentren dentro del triángulo pertenecen a los valores que puede tomar esta propiedad. La recta entre F y C representa el valor de fragmento de roca en el plano y su variación dentro del

triángulo esta dada por las rectas paralelas a esta recta. Por lo tanto, el punto de intersección de estas dos rectas es el punto $P_P(x,y)$ que corresponde al $P_{DT}(C,F,Fr)$.

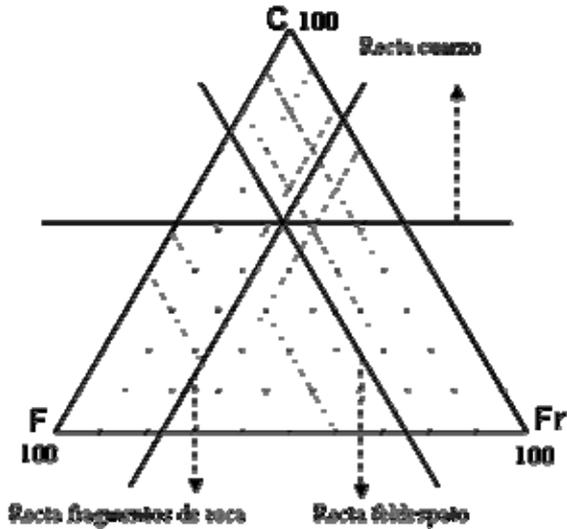


Fig. 6. Diagrama triangular original

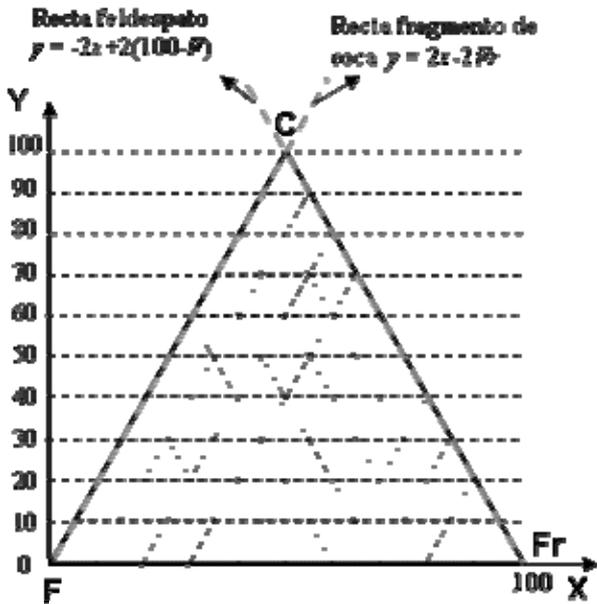


Fig. 7. Diagrama triangular en el plano x-y

3.2 Obtención de la recta feldespato

Para obtener la recta feldespato que se muestra en la Fig. 7 es necesario hallar $y = f(x,F)$. Para ello, puede considerarse como condición inicial los valores 0, 100 y 0, para y, x y F , respectivamente.

Partiendo de esto, primero se calcula $y = f(x)$. Su pendiente se obtiene como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 200}{100 - 0} = -2 \tag{1}$$

Luego la recta se forma haciendo:

$$y - y_1 = -2(x - x_1) \tag{2}$$

El punto y_1 es el valor inicial para y , por lo cual $y_1 = 0$. Con esta consideración, el valor de x_1 tendrá que ser aquel que satisfaga la recta de feldespato con ese valor inicial. Esto se consigue, calculando $x = f(F)$, para lo cual se tiene:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{F_2 - F_1} = \frac{100 - 0}{0 - 100} = -1 \tag{3}$$

Luego, la recta se forma haciendo:

$$x - x_0 = -1(F - F_0) \tag{4}$$

Como se estableció, x_0 será 100 y F_0 será 0, con lo cual, sustituyendo en (4), queda:

$$x - 100 = -1(F - 0) \Rightarrow x = -F + 100 \tag{5}$$

Entonces, la condición inicial para la recta definida en la Ec. (2), será la Ec. (5), con lo cual, sustituyendo queda:

$$y - 0 = -2(x - (-F + 100)) \Rightarrow y = -2x + 2(100 - F) \tag{6}$$

3.3 Obtención de la recta fragmento de roca

Para obtener la recta fragmento de roca que se muestra en la Fig. 7 es necesario hallar $y = f(x,Fr)$. Para ello, puede considerarse como condición inicial los valores 0, 0 y 0, para y, x y Fr , respectivamente.

Partiendo de esto, primero se calcula $y = f(x)$. Su pendiente se obtiene como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{50 - 0} = 2 \tag{7}$$

Luego la recta se forma haciendo:

$$y - y_1 = 2(x - x_1) \tag{8}$$

El punto y_1 es el valor inicial para y , por lo cual $y_1 = 0$. Con esta consideración, en forma similar al caso anterior, el valor de x_1 tendrá que ser aquel que satisfaga la recta de fragmento de roca con ese valor inicial. Esto se consigue, calculando $x = f(Fr)$, para lo cual se tiene:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{Fr_2 - Fr_1} = \frac{100 - 0}{100 - 0} = 1 \quad (9)$$

Luego, la recta se forma haciendo:

$$x - x_0 = 1(Fr - Fr_0) \quad (10)$$

Como se estableció, x_0 será 0 y Fr_0 será 0, con lo cual, sustituyendo en (10), queda:

$$x - 0 = 1(Fr - 0) \Rightarrow x = Fr \quad (11)$$

Entonces, la condición inicial para la recta definida en la Ec. (8), será la Ec. (11), con lo cual queda:

$$y - 0 = 2(x - Fr) \Rightarrow y = 2x - 2Fr \quad (12)$$

Ya obtenidas las dos rectas que se muestran en la Fig. 7, se procede a obtener $x=f_1(F,Fr)$; $y=f_2(F,Fr)$. Para ello, se igualan las Ec. (6) y (12) como se muestra:

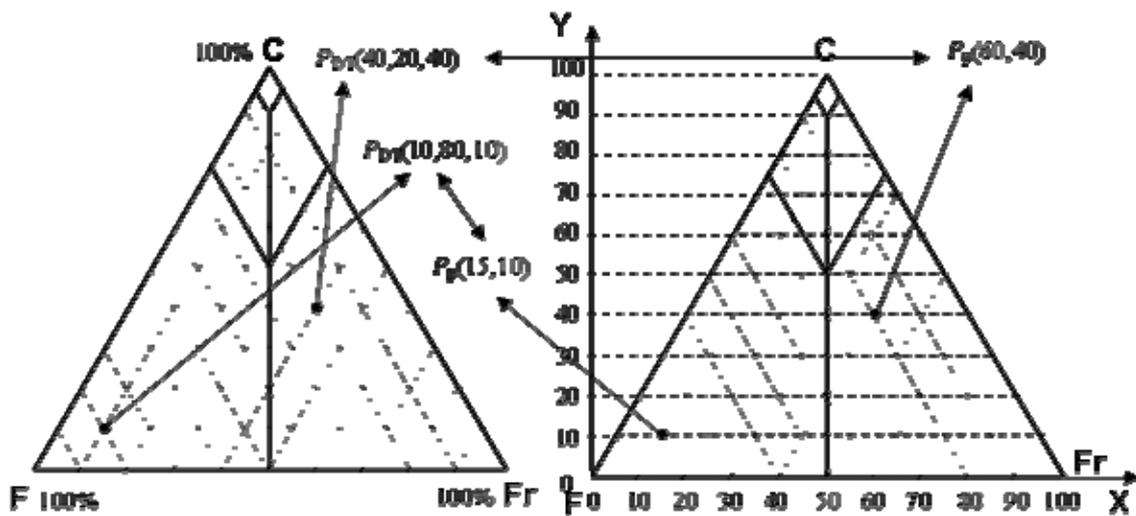
$$-2x + 2(100 - F) = 2x - 2Fr \Rightarrow x = \frac{100 + Fr - F}{2} \quad (13)$$

Luego, sustituyendo (13) en la recta fragmento de roca definida en (12), se obtiene:

$$y = 2\left(\frac{100 + Fr - F}{2}\right) - 2Fr \Rightarrow y = 100 - Fr - F \quad (14)$$

De esta forma, se ha demostrado que todo punto del diagrama triangular original puede ser expresado como un punto (x,y) utilizando las Ec. (13) y (14).

En la Fig. 8a se muestra el diagrama triangular correspondiente a la familia de las arenitas (Triángulo A) y en la Fig. 8b, se puede observar el triángulo ubicado en el plano; igualmente, se muestra la transformación de dos puntos de un diagrama a otro. Es evidente que los puntos marcados en el diagrama triangular original corresponden a los puntos marcados en la Fig. 8b, por lo tanto, queda demostrado que cualquier punto del diagrama triangular $P_{DT}(C,F,Fr)$ puede ser expresado como un punto en el plano $P_p(x,y)$. Los triángulos correspondientes a la familia de grauvacas (Triángulo B) y lutitas (Triángulo C), se representan de la misma manera.



a) Diagrama triangular que corresponde a la familia de arenitas (triángulo A)

b) Triángulo A ubicado en el plano x-y

Fig. 8. Representación del diagrama triangular correspondiente al triángulo A

3.4 Construcción del modelo matemático asociado a cada polígono

En esta sección se construirá el sistema de inecuaciones lineales que modela cada uno de los polígonos corres-

pondientes a los triángulos A, B y C, descritos previamente. El procedimiento para obtener estos sistemas de inecuaciones es el mismo para todos los polígonos de todos los triángulos. Por tal razón, se explicará en forma detallada la construcción del sistema de inecuaciones asociado a un polígono del triángulo A (polígono A1 de la Fig. 4) y a un polígono

del triángulo B (polígono B2 de la Fig. 5). Para los sistemas relacionados con el resto de los polígonos, sólo se mostrará el resultado final.

3.5 Obtención de los semiplanos del polígono A1

La Fig. 9 muestra en color gris la región que pertenece al polígono A1, la cual está limitada por la intersección de cuatro semiplanos. La región resultante de la intersección se puede expresar mediante un sistema de inecuaciones.

Para construir las rectas que se indican en la Fig. 9, es necesario conocer dos puntos que pertenezcan a dichas rectas, los cuales son fáciles de obtener por la ubicación del triángulo A en el eje de coordenadas.

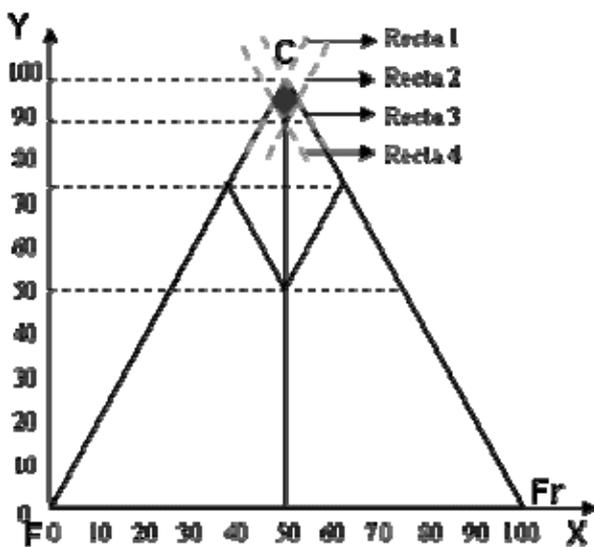


Fig. 9. Polígono A1. Limitado por los cuatro semiplanos que forman las rectas señaladas

Para la construcción de cada recta se tienen los siguientes pares de puntos:

- Recta 1: $p_1(0,0)$, $p_2(50,100)$
- Recta 2: $p_1(50,90)$, $p_2(5,0)$
- Recta 3: $p_1(50,100)$, $p_2(100,0)$
- Recta 4: $p_1(50,90)$, $p_2(95,0)$

Con lo cual, las rectas quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r_1 &: y = 2x \\ r_2 &: y = 2x - 10 \\ r_3 &: y = -2x + 200 \\ r_4 &: y = -2x + 190 \end{aligned} \quad (15)$$

Entonces, los cuatro semiplanos que forman la región de la Fig. 9 pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} \text{Semiplano 1: } & y - 2x \leq 0 \\ \text{Semiplano 2: } & y - 2x \geq -10 \\ \text{Semiplano 3: } & y + 2x \leq 200 \\ \text{Semiplano 4: } & y + 2x \geq 190 \end{aligned} \quad (16)$$

La intersección de estos cuatro semiplanos se representa matemáticamente a través del sistema de inecuaciones de la Ec. (17). Para la segunda y cuarta inecuación la desigualdad debe ser “menor que” y “mayor que” (sin incluir la igualdad), ya que estas fronteras no son concluyentes en cuanto a clasificación, tal como se explicó previamente.

$$A1 \begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ -y + 2x < 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ y + 2x > 190 \end{cases} \quad (17)$$

3.6 Obtención de los semiplanos del polígono B2

La Fig. 10 muestra en color gris la región que pertenece al polígono B2, la cual está limitada por la intersección de cuatro semiplanos. Al igual que en el caso anterior, la región resultante de la intersección se puede expresar mediante un sistema de inecuaciones.

Para construir las rectas que se indican en la Fig. 10, es necesario conocer dos puntos que pertenezcan a dichas rectas, los cuales son fáciles de obtener por la ubicación del triángulo B en el eje de coordenadas.

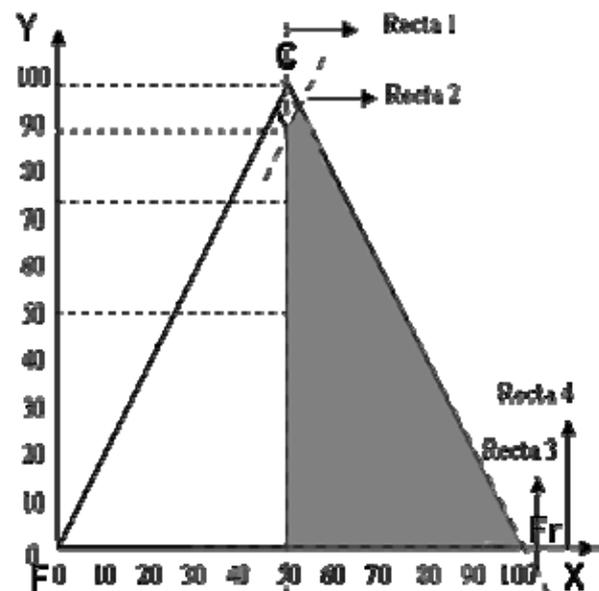


Fig. 10. Polígono B2. Limitado por los cuatro semiplanos que forman las rectas señaladas

Para la construcción de cada recta se tienen los siguientes pares de puntos:

- Recta 1: $p_1(50,0), p_2(50,90)$
- Recta 2: $p_1(50,90), p_2(5,0)$
- Recta 3: $p_1(55,95), p_2(100,0)$
- Recta 4: $p_1(50,0), p_2(100,0)$

Con lo cual, las rectas quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r_1 : x &= 50 \\ r_2 : y &= 2x - 10 \\ r_3 : y &= -2x + 200 \\ r_4 : y &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Entonces, los cuatro semiplanos que forman la región de la Fig. 10, tomando la misma consideración para la clasificación que en el caso previo, estructuran el sistema de la Ec. (16) para el polígono B2.

$$B2 \begin{cases} x > 50 \\ -y + 2x > 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ y \geq 0 \end{cases} \tag{19}$$

Para obtener los sistemas de inecuaciones lineales que modelan a los polígonos A2, A3, A4, A5, B1, B2 y B3, se aplicó el mismo procedimiento que con los polígonos A1 y B2, pero utilizando los vértices de los respectivos polígonos para la determinación de sus fronteras. Estos resultados se resumen en la Ec. (20).

$$\begin{aligned} A1 \begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ -y + 2x < 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ y + 2x > 190 \end{cases} & \quad A2 \begin{cases} -y + 2x > 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ -y + 2x < 50 \\ x > 50 \end{cases} \\ A3 \begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ x < 50 \\ y + 2x < 190 \\ y + 2x > 150 \end{cases} & \quad A4 \begin{cases} y + 2x \leq 200 \\ -y + 2x > 50 \\ x > 50 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ A5 \begin{cases} y + 2x < 150 \\ y - 2x \leq 0 \\ x < 50 \\ y \geq 0 \end{cases} & \quad B1 \begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ -y + 2x < 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ y + 2x > 190 \end{cases} \\ B2 \begin{cases} x > 50 \\ -y + 2x > 10 \\ y + 2x \leq 200 \\ y \geq 0 \end{cases} & \quad B3 \begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ x < 50 \\ y + 2x < 190 \\ y \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{20}$$

3.7 Clasificación de areniscas a partir del modelo discriminante determinístico

Para iniciar la clasificación de areniscas es necesario obtener las propiedades relevantes de la roca, que como se mencionó son: matriz, cuarzo, feldespatos y fragmentos de roca. Estas propiedades se utilizan para obtener el punto en el plano $P_p(x,y)$ mediante las Ec. (13) y (14). Este P_p es evaluado en cada uno de los sistemas de inecuaciones de (20). Finalmente, la clase de la roca bajo consideración depende del sistema de inecuaciones que se satisfaga.

Las clases de areniscas presentes en cada triángulo corresponden a un polígono, por ende, el sistema de inecuaciones lineales que modela un polígono pertenece a uno de los tipos de arenisca mostrados en la Tabla 2. Por ejemplo, si un $P_p(x,y)$ satisface el sistema de inecuaciones correspondiente al polígono A1, significa que el tipo de roca que se está clasificando es una arenita cuarzosa, y así sucesivamente para los demás tipos de rocas.

De esta manera, se obtiene un modelo conformado por todas las ecuaciones descritas, el cual puede ser implementado en cualquiera de las aplicaciones disponibles, clasificando todos los tipos de areniscas sin error.

Tabla 2. Polígonos correspondientes a cada clase de arenisca

Matriz	M < 15 %			15 % < M < 75 %				
	Triángulo A			Triángulo B				
Polígono	A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2	B3
Clase arenisca								
Arenita Cuarzosa	√							
Sublitarenita		√						
Subarcosa			√					
Litarenita				√				
Arcosa					√			
Grauvaca Cuarzosa						√		
Grauvaca Lítica							√	
Grauvaca Feldespática								√

4 Conclusiones

La aplicación del Modelo Discriminante Determinístico en el método de Pettijohn, Potter y Siever, permite obtener una clasificación acertada para todos los tipos contemplados de areniscas. Se elaboró un modelo matemático

utilizando sistemas de inequaciones lineales con dos variables, dependientes del porcentaje de feldespatos y de fragmentos de roca, y la distinción de los triángulos de arenitas y grauwacas a partir del porcentaje de contenido de matriz detrítica.

La eficacia del MDD permite contar con una herramienta amigable que puede ser implementada en cualquier aplicación computacional, permitiendo de esta manera, reducir en gran medida el tiempo requerido para realizar la clasificación de areniscas. Entre las aplicaciones que pueden utilizarse se encuentra un Sistema Experto que provee una alternativa apropiada para la clasificación automática de las areniscas.

El enfoque del MDD puede ser extendido a todos los tipos de rocas sedimentarias, de manera tal que se tenga un mayor espectro de uso para el modelo construido.

Referencias

- Boggs S, 1992, *Petrology of sedimentary Rocks*, Macmillan Publishing Company, New York.
- Dickinson W, 1970, Interpreting detrital modes of graywacke and arkose, *Journal of Sedimentary Petrology*, Vol. 40, No. 2, pp. 695-707.
- Dott R, 1964, Wacke, graywacke and matrix-what approach to immature sandstone classification? *Journal of Sedimentary Petrology*, Vol. 34, No. 3, pp. 625-632.
- Folk R, 1980, *Petrology of Sedimentary rocks*, Hemphill Publishing Company, Austin – Texas.
- González J, 2004, *Axiomas de la Geometría Elemental*, Proyecto Matex, Universidad de México. Ciudad de México.
- Krynine P, 1948, The megascopic study and field classification of sedimentary rocks, *Journal of Geology*, Vol. 56, No. 2, pp. 130-165.
- Okada H, 1971, Classification of sandstone: analysis and proposal, *Journal of Geology*, Vol. 79, No. 5, pp. 509-525.
- Pettijohn F, 1975, *Sedimentary rocks*, New York, Tercera edición.
- Pettijohn F, Potter P y Siever R, 1987, *Sand and sandstone*, Springer – Verlag, New York, Segunda edición.
- Scasso R y Limarino C, 1997, *Petrología y Diagénesis de Rocas Clásticas*, Asociación Argentina de Sedimentología, Argentina.
- Swokowski E, 1988, *Cálculo con Geometría Analítica*, Grupo editorial Iberoamericano, México DF.
- Swokowski E y Jeffery C, 2006, *Algebra and trigonometry with analytic geometry*, Brooks/Cole Publishing, California, USA.