

Burbujas en el chocolate: equivalencia teórica con otros fluidos no Newtonianos

Bubbles in the chocolate: theoretical equivalence with others non-Newtonian fluids

Tolosa, Ramón^{1*}; Tolosa, Laura²; Fraudita, Freddy³; Hernández, José¹

¹Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

²Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

³Escuela de Ing. Metalúrgica y Ciencia de Los Materiales, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

*ratolosach@gmail.com

DOI: <https://doi.org/10.53766/CEI/2021.43.01.09>

Resumen

La presencia de burbujas en el interior de los fluidos con frecuencia es un fenómeno no deseado que repercute en la calidad del producto final, como es el caso del chocolate sólido, en el que las burbujas se producen durante su fabricación en estado líquido siendo necesario eliminarlas por agitación y/o vibración antes de que solidifique. La expulsión de las burbujas fuera del fluido viene determinada por las fuerzas que actúan sobre ellas, principalmente las de flotabilidad y de arrastre, ampliamente estudiadas y calculadas en fluidos Newtonianos como no Newtonianos. Debido a que se conoce que el chocolate fundido tiene un comportamiento no Newtoniano y que su naturaleza opaca impide la observación directa de las burbujas en su interior, en este trabajo se planteó como hipótesis la posibilidad de determinar las fuerzas de flotabilidad y de arrastre utilizando formulaciones matemáticas desarrolladas en la literatura con fluidos transparentes no Newtonianos, junto con datos de las observaciones de poros en superficies de fractura de muestras sólidas. Se determinó que las burbujas tienen un diámetro de $(0,1 < \varnothing < 3)$ mm, y los parámetros volumen crítico $V_c = 21 \text{ mm}^3$ y $\alpha = 1$ se corresponden con los valores típicos de estos fluidos reportados en la bibliografía. El cálculo de las fuerzas involucradas en la separación de las burbujas del chocolate aporta parámetros indispensables para el diseño de un equipo agitador-vibrador.

Palabras clave: Burbujas, chocolate, fluido no Newtoniano, comportamiento.

Abstract

The presence of bubbles inside the fluids is frequently a non-desired phenomenon that impacts the product quality, such is the case of the solid chocolate in which the bubbles are produced while it is molten during its fabrication being necessary to eliminate them by shaking or vibration before chocolate gets solid. The expulsion of bubbles from the fluid is determined by the principal forces that act over them: the bouyancy and the drag forces, both widely studied in Newtonian and non-Newtonian fluids. Due to the well-known non-Newtonian behavior of molten chocolate and its opaque nature that prevents from direct observation of internal bubbles, the hypothesis of the possibility of the bouyancy and drag forces determination applying literature-developed-mathematic formulations based on transparent non-Newtonian fluids along with the use of solid chocolate fracture surface porous data was proposed and studied. A bubble diameter of $(0,1 < \varnothing < 3)$ mm, a critical volume $V_c = 21 \text{ mm}^3$ and $\alpha = 1$ parameters were obtained matching the typical parameter reported values of this type of fluids. The numerical determination of the forces involved in bubbles expulsion from the chocolate provides essential parameters for machinery design.

Keywords: Bubbles, chocolate, non-Newtonian fluid, behavior.

1 Introducción

Las burbujas, gotas y partículas sólidas históricamente han sido objeto de diversos estudios por su importancia en fenómenos naturales, procesos

industriales y actividades del quehacer diario de la humanidad, tales como: precipitación de la lluvia, circulación sanguínea, flotación, fermentación, ebullición, absorción, destilación, extracción líquido-

líquido, emulsionado, secado por atomización, columnas de burbujas, fabricación de espumas poliméricas, metálicas y biomédicas, fabricación de alimentos y bebidas, operaciones en reactores químicos, procesos metalúrgicos, cavitación, combustión, polución del aire, y otros (Clift y col., 1978, Sadhal y col., 1997, Chhabra 2007, Haedelt y col., 2007, Spiro y col., 2014). Aunado a lo anterior y de gran impacto actual, es el hecho que son las gotas provenientes de los flujos nasal y salival los medios por donde viaja y se transmite el Covid-19, que tiene en vilo a la humanidad entera, la mayoría guardando cuarentena en espera de una vacuna efectiva para superar la pandemia; por esto se han realizado y continúan haciéndose investigaciones detalladas sobre las gotas y las gotitas (aerosoles), entre otros factores importantes (Chaudhuri y col., 2020, Cummins y col., 2020, Mittal y col., 2020, Cash-Goldwasser y col., 2020).

En el campo ingenieril, particularmente en química, mecánica y metalurgia, los estudios del fenómeno de transporte de masa y calor en forma de flujo consideran a las burbujas y las gotas generalmente como “partículas fluidas” (partículas), entendiendo que estas consisten en un gran y suficiente número de moléculas que podrían ser tratadas como un continuo. La partícula fluida y el medio que la rodea están separados por una interfaz bien definida, que en algunos casos puede ser una película líquida delgada (Clift y col., 1978). Los procesos de transporte con movimiento de gotas y burbujas están basados en principios físicos de conservación de energía, masa y momento, los cuales matemáticamente se rigen por sistemas de ecuaciones cuyas soluciones son, en general, complejas requiriéndose varios niveles de aproximación para lograr expresiones analíticas, teniendo a disposición una amplia gama de soluciones mediante el uso de técnicas numéricas (Sadhal y col., 1997). Avances significativos se han obtenido con el desarrollo de la dinámica de fluidos computacional (CFD, sigla en inglés) mediante el modelado y simulación, logrando una conexión estrecha entre la teoría tradicional o clásica y la moderna con los métodos experimentales para un mejor análisis y optimización de los procesos donde están involucradas las partículas (Griebe y col., 1998, Sirignano 1999, Fritsching 2004, Chen y col., 2006, Pozrikidis 2009, Yeoh y col., 2010, Kuzmin 2011).

Las burbujas y gotas presentes en fluidos Newtonianos como en no Newtonianos se diferencian de las partículas rígidas por su superficie móvil y capacidad para deformarse durante el movimiento. En dependencia de las magnitudes relativas de las fuerzas presentes en la fase continua pueden exhibir una variedad amplia de formas que pueden cambiar con el tiempo y posición durante el curso de su movimiento en una pieza de un equipo (Chhabra 2007). En un fluido no Newtoniano a diferencia de uno Newtoniano las burbujas pueden presentar formas diferentes, conociéndose que a muy

bajo número de Reynolds (Re) la fuerza de tensión superficial tiende a mantener la forma esférica. Dependiendo del tamaño (volumen de la burbuja) y de las propiedades físicas de la fase continua, es posible observar transiciones de la forma desde la esférica a tipo lágrima, oblada, entrecruzada y finalmente al tipo casquete esférico. Además, se conoce que las burbujas que ascienden en fluidos estancados inelásticos y viscoelásticos mantienen la forma esférica con mayores volúmenes que en medios Newtonianos (DeKee y col., 1986, DeKee y col., 1988, DeKee y col., 2002). Sin embargo, aún no es posible determinar a priori la forma de la burbuja en nuevas situaciones, ya que dependen fuertemente de las propiedades físicas y reológicas del fluido, así como de la técnica empleada para la observación (Chhabra 2007).

En la fabricación de bebidas, tales como el champán, el chocolate y refrescos gaseosos, la presencia de burbujas determina la calidad del producto final; en el chocolate es posible tener dos situaciones, la más común es que un vez solidificado el chocolate no presente poros (antes burbujas), estas deben haberse desprendido del líquido por acción de la agitación y vibración del molde que lo contiene antes que ocurra la cristalización. Por otra parte, es posible que se agreguen intencionalmente burbujas para obtener un chocolate sólido poroso con cualidades organolépticas específicas (Haedelt y col., 2005, Haedelt y col., 2007). El movimiento ascendente de las burbujas dentro del chocolate líquido, para salir a la superficie, cumple los principios físicos referidos anteriormente que dependen de su naturaleza reológica.

El chocolate líquido es un fluido no Newtoniano que se caracteriza porque su viscosidad varía dependiendo de la intensidad con la que se agita o vierte. Su comportamiento se define normalmente por dos parámetros: el umbral de fluencia (esfuerzo de corte inicial de fluencia), relacionado con la energía necesaria para que comience a fluir, y la viscosidad plástica correspondiente a la energía necesaria para mantener el fluido en movimiento (Beckett 2002). Existen modelos matemáticos que definen estos parámetros, siendo el de Casson más utilizado en la industria aunque posee limitaciones cuando el chocolate presenta grandes variaciones de viscosidad, por lo que se ha sugerido utilizar el modelo de Windhab (Aeschlimann y col., 2000, Servais y col., 2004); sin embargo, otros modelos como: Bingham, Carreau, Ostwald-De Waele y Herschel-Bulkley se han utilizado junto a los anteriores con buenos resultados (Afoakwa y col., 2009, Fernandes y col., 2013, Glicerina y col., 2016, Kumbár y col., 2018).

Los modelos matemáticos referidos son utilizados para lograr optimizar el proceso productivo, teniendo entre sus actividades el desarrollo de equipos eficientes

para el procesamiento de la materia prima y demás materiales de la cadena productiva. Entre estos equipos o componente de otro en una línea de producción se encuentra el agitador-vibrador cuya función es la de suministrar la energía necesaria para lograr superar el umbral de fluencia y a la vez lograr el desprendimiento de las burbujas de aire. Esto último es posible si se generan en el fluido las fuerzas de ascenso (de flotabilidad) en cada una de las burbujas.

En este trabajo se utilizaron datos gráficos y numéricos de la modelización matemática del comportamiento de fluidos no Newtonianos reportados en la bibliografía consultada, con el fin de calcular la fuerza que debe suministrar un equipo agitador-vibrador de separación de burbujas del chocolate fundido para una escala artesanal, el cual fue diseñado (Hernández 2020). Para el cálculo se emplearon los resultados experimentales de las observaciones y cuantificación de los poros sobre las superficies de fractura de tabletas de chocolate.

2 Procedimiento

2.1 Materiales

Se utilizaron 10 tabletas de chocolate conformadas cada una por 10 porciones de 2 cm² aproximadamente, producidas en Venezuela por Chocolates Cayré y la Chocolatería Kacaonabo. Las tabletas fueron fracturadas en direcciones ortogonales para retirar las porciones cuadradas, 100 en total, seleccionándose al azar 30 muestras en las que se formaron al desprenderse 76 superficies de fractura.

2.2 Observación y medición.

Se realizó la inspección visual de las superficies de fractura mediante observación directa y con ayuda de una lupa estereoscópica, marca Leica modelo Wild M3Z, para determinar la presencia o no de poros, correspondientes a burbujas atrapadas al momento de solidificar o cristalizar el chocolate líquido. Las que presentaron poros fueron fotografiadas con una cámara digital marca Nikon modelo Coolpix L820, con resolución de 2MP (1600 x 1200) píxeles. Se hizo la cuantificación de los poros y su medición sobre las imágenes digitales en las que se observa la escala de medición previamente incorporada, a su vez se realizó un estudio estadístico básico para caracterizar los datos obtenidos.

2.3 Evaluación de resultados de investigaciones con otros fluidos no Newtonianos.

En el chocolate debido a su naturaleza opaca no es posible técnicamente observar directamente las burbujas en el estado líquido, mientras que si se ha realizado con otros fluidos no Newtonianos que son transparentes. Chhabra (2007) lista un gran número de investigaciones entre los años 1955 y 2001 (tabla 3.5 en texto de dicho

autor) donde aparecen estos fluidos con información sobre la investigación en cada caso.

Usando los resultados de una investigación reciente (Vélez-Cordero y col., 2014) junto a algunas de la lista antes referida y la de Fernandes y col. (2011), se procedió a determinar la correspondencia y/o equivalencia teórica entre la naturaleza reológica del chocolate venezolano y otros fluidos no Newtonianos, con el fin de calcular la fuerza de flotabilidad necesaria para expulsar las burbujas del fluido, la cual se requiere para el diseño del equipo agitador-vibrador.

3 Resultados y Discusión

Se observaron y midieron 456 poros, la Fig. 1 muestra imágenes representativas de la superficie de fractura de varias muestras, se observa que prácticamente todos los poros a nivel superficial son circulares. Se determinó que en un gran número de pares de superficies opuestas, imagen espejo una de la otra en muestras contiguas (Fig.1a y Fig.1b, ambas en la Fig.1c) que los círculos son aproximadamente del mismo tamaño y con la misma profundidad del casquete esférico visible, no siendo secciones de éste, por lo que se puede suponer que se corresponde con el verdadero diámetro del poro, en adelante nombrado como burbuja.

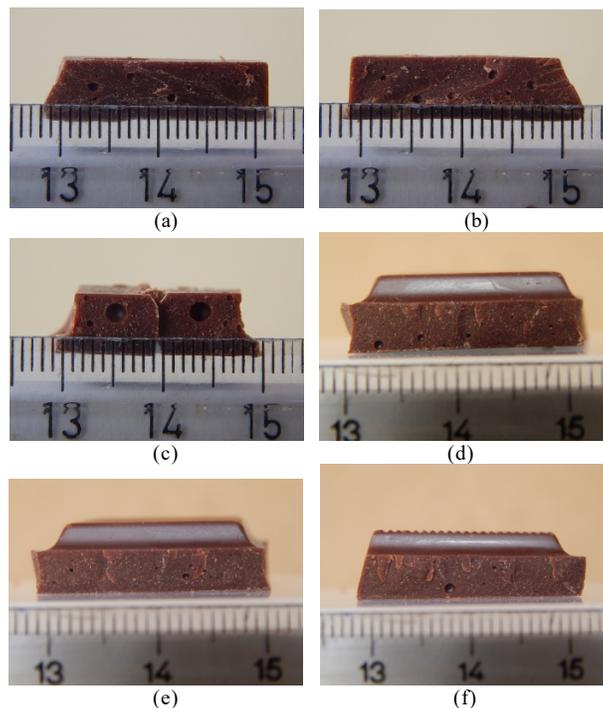


Fig. 1. Poros en las superficies de fractura.

Suponiendo que la burbuja es esférica se determinó que el diámetro promedio (d_p) es de $(0,73 \pm 0,51)$ mm, siendo la moda 1,0 mm, la mediana 0,6 mm, el mayor diámetro 3 mm y el menor 0,1 mm. Se observa que estos

dos últimos valores quedan fuera del intervalo dado por la desviación estándar, fueron burbujas que se encontraron solo en tres ocasiones, dos veces la primera y una vez la segunda; el programa estadístico los excluye porque estima sólo una desviación tipo, pero si los emplea para el promedio.

Vélez-Cordero y col. (2014) estudiaron la velocidad terminal de un grupo de burbujas (clúster) ascendiendo en tres fluidos diferentes: uno Newtoniano, uno elástico (viscosidad constante aproximadamente) y uno no Newtoniano, para éste último plantearon evaluar si presenta el volumen crítico (V_c) donde gráficamente existe un salto de la velocidad. Mediante análisis dimensional en gráficos de velocidad versus volumen determinaron que el diámetro equivalente (d_{eq}) es la medida apropiada para determinar la fuerza de flotabilidad y el gradiente de corte, mientras que el tamaño de una burbuja individual (d_{ind}) es la magnitud apropiada para contabilizar las fuerzas superficiales.

El fluido no Newtoniano fue una solución preparada por los autores mezclando 0,13% w/w de poliacrilamida (Paam) en una mezcla 50/50 de agua/glicerina, que tiene la cualidad física de ser transparente lo que permitió su estudio reológico. Por concordar con sus resultados seleccionaron el número adimensional α para predecir el V_c propuesto por Rodrigue y col. (1998), cuya expresión matemática es

$$\alpha = Ca De/Ma, \quad (1)$$

siendo Ca el número Capilar, De el número Deborah y Ma el número Marangoni. Cuando el V_c se presenta $\alpha = 1$. Para burbujas individuales y en grupo Vélez-Cordero y col. (2014) calcularon α como

$$\alpha = [N_1(\dot{\gamma}) r_{ind}/\sigma] [\mu(\dot{\gamma})U/\Delta\sigma], \quad (2)$$

donde N_1 es la primera diferencia de esfuerzos normales [Pa], $(\dot{\gamma})$ el gradiente de corte [s^{-1}], r_{ind} radio de una burbuja individual [mm], σ es la tensión superficial [mN/m], μ es la viscosidad del fluido [Pa s], U es la velocidad de ascenso libre [m/s] y $\Delta\sigma$ es la diferencia de tensión superficial entre el solvente y la solución polimérica [mN/m]; d_{eq} es el diámetro equivalente (o r_{eq}) [mm] del grupo de burbujas juntas. El gradiente de corte $\dot{\gamma}$ se define como $2U/d_{eq}$ [s^{-1}].

La Fig. 2 muestra el gráfico de las propiedades reológicas de los fluidos usados por Vélez-Cordero y col. (2014). En el caso del fluido viscoelástico se observa claramente cómo disminuye continuamente la viscosidad con el incremento del gradiente de corte, siendo el modelo que se ajusta a los puntos experimentales el de la Ley de Potencia o de Ostwald-De Waele, típico de fluidos no Newtonianos (Chhabra 2007). Igualmente Glicerina y col. (2016) usaron este modelo junto a otros para estudiar la reología de varios chocolates

encontrando un elevado coeficiente de determinación ($R^2 = 0,99$ ($p \leq 0,01$)), particularmente para el chocolate oscuro (60 % de cacao). Por otra parte, Fernandes y col. (2011) realizaron el estudio reológico de chocolates oscuros con (60, 70 y 75) % de cacao venezolano, cuyos resultados gráficos se muestran en la Fig. 3. Considerando que tanto la solución polimérica viscoelástica como el chocolate fueron evaluados por el mismo modelo matemático, como también es posible hacerlo con otros referidos en la introducción, se puede suponer teóricamente por analogía que los planteamientos de Vélez-Cordero (2014) pueden utilizarse para evaluar el movimiento de las burbujas dentro del chocolate líquido, con el fin de estimar la fuerza resultante necesaria para que se desprendan del fluido.

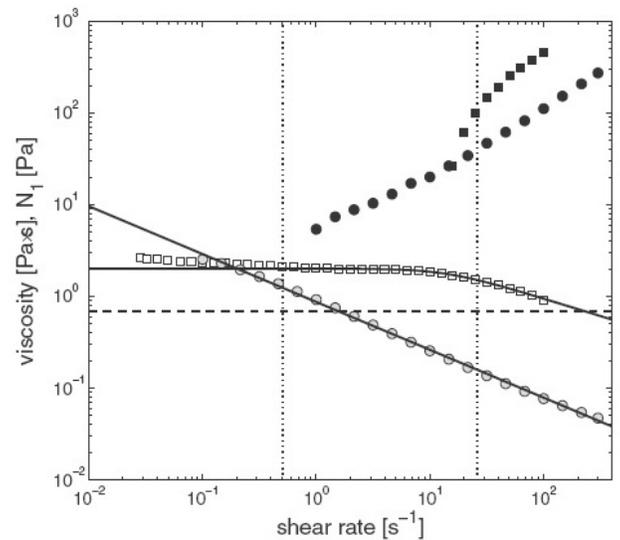


Fig. 2. Propiedades reológicas de los fluidos. La línea horizontal discontinua corresponde al fluido Newtoniano; (o) el fluido viscoelástico (no Newtoniano); (□) el fluido Boger o elástico; los círculos vacíos definen la viscosidad, μ ; los oscuros la primera diferencia de esfuerzos normales N_1 ; las líneas verticales discontinuas el intervalo del gradiente de corte ($0,51 < \dot{\gamma} < 26,03$) calculado de los experimentos; las líneas continuas el ajuste gráfico a un modelo matemático. Gráfica copiada de Vélez-Cordero y col. (2014).

Sobre la gráfica de la Fig. 3 se colocaron líneas verticales discontinuas correspondientes al intervalo del gradiente de corte ($0,51 < \dot{\gamma} < 26,03$) encontrado experimentalmente por Vélez-Cordero y col. (2014), de la intersección de las líneas con las curvas correspondientes se determinaron los valores mínimos, máximos y la media de la viscosidad en cada uno de los chocolates, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Viscosidades [Pa.s] de los chocolates oscuros

Chocolate	Min	Max	Media
60 %	2,2	49	25,6
70 %	1,4	19	10,2
75 %	0,7	9,8	5,25

Para simplificar y facilitar los cálculos, debido a la cercanía porcentual y gráfica se puede considerar la viscosidad promedio ($\bar{\mu}$) entre los tres chocolates como representativa de los mismos, de la Tabla 1 se obtiene $\bar{\mu} = 13,68 \approx 14$ Pa s; con este valor en la Fig. 2 se determina la primera diferencia de esfuerzos normales, correspondiente a los círculos negros ascendentes para el fluido no newtoniano, su magnitud coincide en la ordenada con el de la viscosidad, luego $N_1 = 14$ Pa.

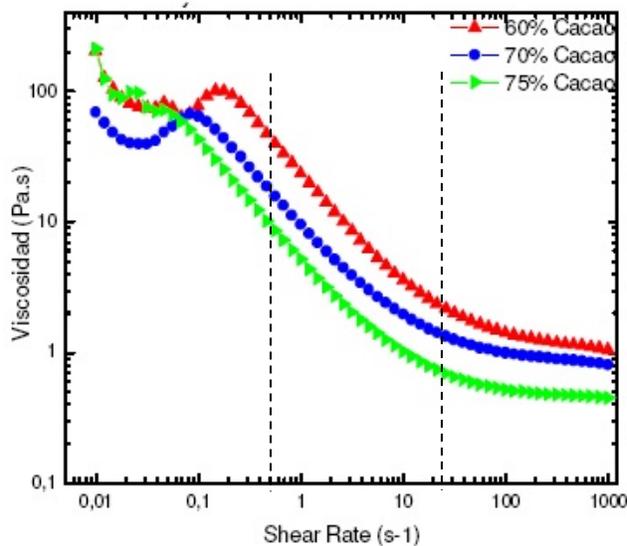


Fig. 3. Propiedades reológicas de los chocolates oscuros. Gráfica copiada de Fernandes y col. (2011).

Observando las imágenes de las burbujas en los chocolates (ver Fig.1) se evidencia que aparecen aisladas, no están agrupadas (clúster), esto puede indicar que o no llegaron a formarse o existieron en algún momento durante la fase líquida del chocolate para finalmente desaparecer, bien sea separándose como burbujas individuales o formando una burbuja de mayor tamaño como suma del grupo que estaban antes en contacto entre sí, todo esto se desconoce y según las fuentes bibliográficas consultadas aún no ha sido posible observar esto experimentalmente en ningún chocolate. Mientras que en el estado sólido, como resultado de las observaciones de las superficies de fractura, la mayoría de las burbujas son prácticamente de forma esférica, por lo que se puede suponer que ésta es la forma que existió durante su transcurrir en el fluido, de manera estable como una esfera rígida. Esto es posible ya que la forma esférica de la burbuja es el resultado de la acción de las fuerzas de tensión superficial y de la fase continua viscosa, las cuales son considerablemente mayores que los efectos inerciales debido al impulso (momentum) en el fluido (Clift 1978, Sadhal y col., 1996); estas fuerzas interactúan durante el movimiento de la burbuja para mantener la forma esférica en ausencia de impurezas (surfactantes) que alteran la tensión superficial (Taylor y

col., 1964).

En el presente trabajo, suponiendo que el diámetro promedio observado en las superficies de fractura de los chocolates cumple la siguiente condición: $d_p = d_{eq} = d_{ind} = 2r_{ind} = d$, y siendo $\dot{\gamma} = 2U/d_{eq}$ la magnitud del parámetro α será

$$\alpha = 2\bar{\mu} N_1 U^3 / \sigma \Delta \sigma d, \quad (3)$$

considerando para el chocolate que $\mu = \bar{\mu}$, y para efectos de cálculo la magnitud de $\dot{\gamma}$ sea el valor medio $(\dot{\gamma})_m$ del intervalo experimental antes referido = $(0,51 + 26,03)/2 = 13,27$ s⁻¹, entonces

$$U = \dot{\gamma} d_{eq} / 2 = (\dot{\gamma})_m d / 2 = 13,27 \times 0,73145 / 2 = 4,8532 = 0,48532 \approx 0,5 \text{ [cm/s]}.$$

La Fig. 4 muestra los resultados experimentales de la velocidad U vs volumen V de las burbujas en el fluido no Newtoniano, obtenidos por Vélez-Cordero y col. (2014). Para $U = 0,5$ cm/s y considerando que las burbujas se comportan como esferas rígidas se obtiene en el gráfico que el $V_{ind} = V_c = 21$ mm³, empleando la línea gruesa que representa la ley de Stokes corregida para evaluar fluidos no Newtonianos. Este resultado es fortuito o una coincidencia, incluso sorprendente ya que un fenómeno no observable en el chocolate y que se supone pudiese ocurrir en él, concuerda matemáticamente con aquél que se ha definido en un fluido distinto (aunque igualmente no Newtoniano) evaluado experimentalmente en una condición crítica (salto en la velocidad de la burbuja). Esto pudiera interpretarse por una parte como comprobación de la naturaleza no Newtoniana de ambos fluidos; por otra parte, como confirmación de la validez de los estudios realizados por los investigadores citados y los demás autores que los precedieron en el desarrollo matemático formulado en sus trabajos, en los que utilizaron fluidos distintos a los chocolates tanto Newtonianos como no Newtonianos; y finalmente, puede interpretarse como aceptación de la hipótesis propuesta en este trabajo, es decir de la posibilidad de determinar los esfuerzos en las burbujas basados en la analogía entre esos fluidos con el chocolate líquido.

Es obvio pensar que de haber sido otro el valor de U el volumen no sería el crítico, tal como sucede si se define el diámetro equivalente como lo hicieron Vélez-Cordero y col. (2014) en el estudio de imágenes de las burbujas, donde

$$d_{eq} = (d_{max}^2 d_{min})^{1/3}, \quad (4)$$

en el caso aquí del chocolate $d_{max} = 3$ mm y $d_{min} = 0,1$ mm obtenidos de la observación de las superficies de fractura, con estos valores resulta $d_{eq} = 0,966$ mm y $U \approx 0,6$ cm/s valor muy cercano a $0,5$ cm/s utilizado antes, luego en la Fig. 4 se obtiene $V \approx 24$ cm³ > V_c tal como antes se planteó no obstante el valor es cercano al crítico. Para cálculos adelante se usará $U = 0,5$ cm/s. Si la

burbuja se comporta como una esfera rígida, entonces $U = U_{\text{rigid}} = 0,5 \text{ cm/s}$. En la Fig. 5 se muestra la relación de U/U_{rigid} en función del parámetro α obtenida por Vélez-Cordero (2014). Si $U = U_{\text{rigid}}$ entonces $U/U_{\text{rigid}} = 1$. La gráfica plantea resultados para fluidos con V mayores y menores a V_c ninguno igual a 21 mm^3 como el obtenido en el presente trabajo, por lo que se puede suponer que $\alpha = 1$ en un todo de acuerdo y/o concordancia con los planteamientos de dichos autores.

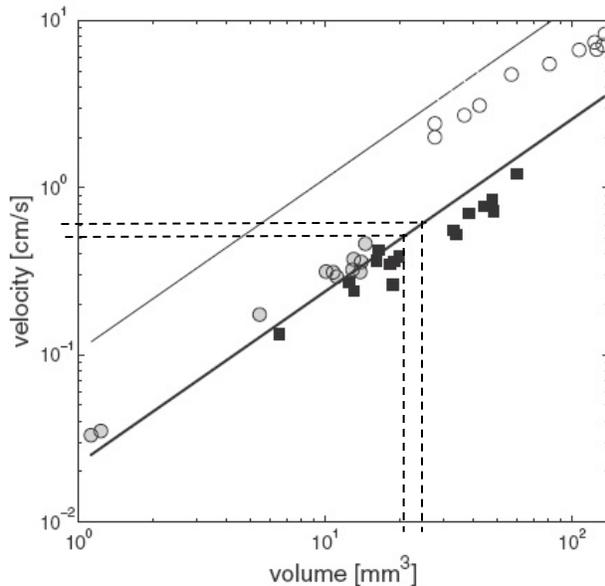


Fig. 4. Valores de la velocidad en el fluido no Newtoniano, para burbujas individuales con $V < V_c$ (círculos grises) y con $V > V_c$ (círculos vacíos), y para grupo de burbujas con $V > V_c$ (cuadrados en negro). La línea delgada (para interfaz móvil) y la gruesa (para esfera rígida) son valores teóricos de acuerdo a ecuaciones del modelo matemático. El volumen crítico $V_c = 21 \text{ mm}^3$. Gráfica copiada de Vélez-Cordero y col. (2014).

Siendo $\alpha = 1$, en la ecuación (3) se obtiene

$$\alpha = 1 = 2\bar{\mu}N_1U^3/\sigma\Delta\sigma d \Rightarrow \sigma\Delta\sigma = 2\bar{\mu}N_1U^3/d \quad (5)$$

La ecuación (5) define los esfuerzos σ y $\Delta\sigma$ siendo estos respectivamente la tensión superficial y las diferencias de tensión superficial en la interfaz de la burbuja, durante su movimiento (ascenso) dentro del fluido, aquí en el chocolate de acuerdo a la analogía teórica propuesta. Sustituyendo en la ecuación los valores de los parámetros antes calculados se obtiene

$$\sigma\Delta\sigma = 2 \times 14 [\text{Pa s}] \times 14 [\text{Pa}] \times (0,5)^3 [\text{cm/s}]^3 / 0,73145 [\text{cm}] = 669,90 \approx 670 [\text{Pa cm/s}]^2,$$

esta magnitud está relacionada sólo a esfuerzos de tensión superficial, se necesitan para el diseño valores del resto de fuerzas involucradas, principalmente la de flotabilidad (principio de Arquímedes) y de arrastre que siendo opuestas determinan la posibilidad de ascender la burbuja, para así alcanzar la superficie y dejar libre el chocolate.

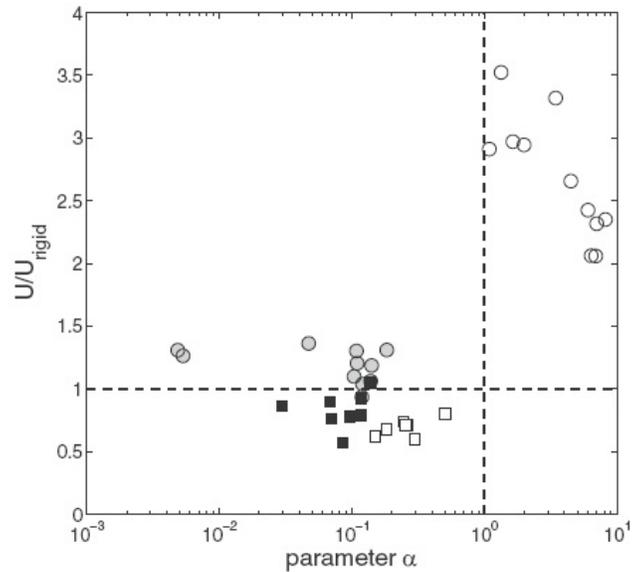


Fig. 5. Velocidad de elevación experimental U normalizada por la velocidad de Stokes generalizada U_{rigid} , como función del parámetro α calculado experimentalmente para el fluido no Newtoniano. Burbujas individuales: $V < V_c$ (o grises), $V > V_c$ (o); grupos de burbujas: $V < V_c$ (\square en negro), $V > V_c$ (\square). Las líneas discontinuas horizontal y vertical corresponden a $U/U_{\text{rigid}} = 1$ y $\alpha = 1$ respectivamente. Gráfica copiada de Vélez-Cordero y col. (2014).

Vélez-Cordero y col. (2014) igualan ambas fuerzas para determinar la velocidad terminal de un par de burbujas juntas (clúster), cuya solución es igual para la burbuja individual considerando el diámetro equivalente. De acuerdo a esto las fuerzas sobre la burbuja son:

$$\text{Fuerza de flotabilidad } (F_f) = (4/3)\pi r^3 g \rho$$

$F_f = (4/3)\pi(d/2)^3 g \rho$, donde ρ es la densidad del chocolate = 1200 kgm^{-3} .

$$F_f = (4/3)\pi(0,73145 \times 10^{-3} \text{ m})^3 \times 9,807 \text{ ms}^{-2} \times 1200 \text{ Kg m}^{-3}$$

$$F_f = 2,46 \times 10^{-7} \text{ Kg f}$$

$$\text{Fuerza de arrastre } (F_a) = -6\pi\bar{\mu}r(dh/dt)$$

$F_a = -6\pi\bar{\mu}(d/2)U$, donde $(dh/dt) = U$ es la velocidad terminal, se asume constante.

$$F_a = -6\pi 14 [\text{Pa s}] (0,73145 \times 10^{-3} \text{ m}) 0,5 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$F_a = -4,9221 \times 10^{-5} \text{ kgf}$, el signo negativo indica la dirección de la fuerza

Se observa que $|F_a| > |F_f|$ lo que significa que la burbuja no asciende en el chocolate, razón por la cual en la práctica es necesaria la agitación y vibración de los moldes donde es vertido el chocolate.

Otro planteamiento matemático al respecto es el de Sadhal y col. (1983), quienes determinaron la fuerza de arrastre mediante el modelo denominado “casquete estancado” que gráficamente se muestra en la Fig. 6 y tiene como expresión matemática (Sadhal y col., 1997)

$$\frac{F}{6\pi\mu UR} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{4\pi(1+\emptyset)} [2\varphi + \text{sen}\varphi - \text{sen}2\varphi - \frac{1}{3}\text{sen}3\varphi] + \frac{(2+3\emptyset)}{(2+2\emptyset)} \right\},$$

donde F es la fuerza de arrastre, μ la viscosidad dinámica, U velocidad, R radio de la gota (burbuja), \emptyset razón de viscosidad dinámica (adimensional) y φ medio ángulo del casquete. Los autores al evaluar el modelo considerando aspectos como la contaminación del fluido (impurezas), variaciones de la viscosidad dinámica, temperatura y otros, hicieron la simplificación de la expresión definiendo ecuaciones simples para la fuerza de arrastre en dependencia de los factores involucrados, siendo el efecto de las impurezas (surfactantes) uno de los más importantes; para dicha fuerza definen la siguiente ecuación

$$F = \rho U^2 C_D b/2, \tag{6}$$

siendo C_D el coeficiente de arrastre, sustituyendo valores se obtiene:

$$F = 1200 \text{Kg m}^{-3} [(0,5 \times 10^{-2})^2 / 2] \text{m}^2 \text{s}^{-2} C_D \text{ [Kg m}^{-1} \text{s}^{-2}]$$

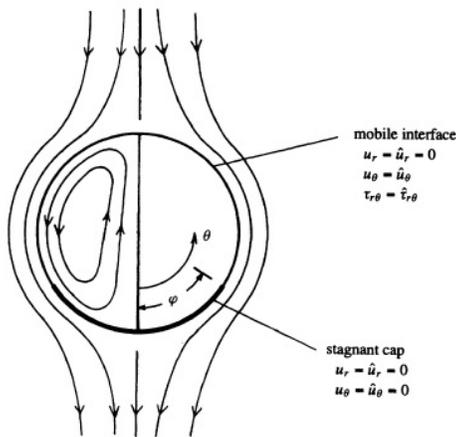


Fig. 6. Modelo teórico del casquete estancado durante el movimiento de una burbuja. Gráfica copiada de Sadhal y col. (1997).

Si se considera que el área del casquete donde se aplica la fuerza es medio casquete esférico, el área = área superficial de la esfera/2 = $\pi d_p^2/2 = \pi(0,73145 \times 10^{-3} \text{m})^2/2 = 8,404 \times 10^{-7} \text{m}^2$, luego

$$F = 1200 C_D [(0,5 \times 10^{-2})^2 / 2] 8,404 \times 10^{-7} \text{ [N]}$$

La Fig. 7 muestra la relación C_D versus Re obtenida por Rodrigue (2008). Considerando $Re = 1$ que es el límite de referencia para la clasificación de los fluidos (bajo, medio o elevado número de Re) se obtiene del gráfico $C_D \approx 18$, luego $F = F_a = 2,27 \times 10^{-7} \text{ N} = 2,32 \times 10^{-8} \text{ Kgf}$. Para un $Re < 1$ correspondiente a un fluido viscoso como es el chocolate, por ejemplo para $Re = 0,1$ empleado como límite inferior al graficar resultados en este tipo de estudios (Sadhal 1997), el valor de $C_D = 110$ luego $F_a = 13,87 \times 10^{-7} \text{ N} = 1,42 \times 10^{-7} \text{ Kgf}$.

De acuerdo a lo anterior, si tanto teóricamente como realmente ocurre, la burbuja no asciende dentro del fluido, hay que suministrar la fuerza necesaria para lograrlo, lo cual es posible mecánicamente mediante un sistema de agitación-vibración. Asumiendo la mayor fuerza de arrastre obtenida anteriormente ($4,9221 \times 10^{-5} \text{ kgf}$), aunque prácticamente insignificante para una sola burbuja no es lo mismo para la totalidad de las burbujas que estén presentes en el fluido, cada una requiere superar esta fuerza, por lo tanto hay que sumarlas para obtener la fuerza total o neta que el mecanismo de agitación-vibración como mínimo debe suministrar a los moldes llenos de chocolate.

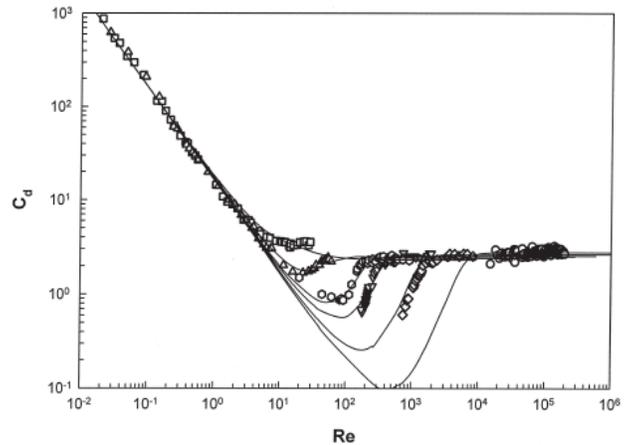


Fig. 7. Curvas del coeficiente de arrastre C_D (aquí C_a) versus el número de Reynolds (Re). Gráfica copiada de Rodrigue (2008).

En el trabajo realizado por Hernández (2021) se planteó como parámetro del diseño emplear 1 kg de chocolate líquido distribuido dentro del conjunto de moldes seleccionados. De acuerdo al peso de las muestras estudiadas se determinó que teóricamente podrían existir 4372 burbujas atrapadas dentro del fluido al momento de solidificar sin realizar la agitación-vibración, luego la fuerza total neta (F_{total}) mínima necesaria para que las burbujas asciendan y puedan desprenderse es

$$F_{total} = 4372 \times 4,9221 \times 10^{-5} = 0,2152 \approx 0,22 \text{ kgf},$$

para efectos del diseño esta magnitud se incrementó en un 15%, siendo finalmente la fuerza de 0,25 Kgf.

Finalmente, es posible realizar la caracterización de la porosidad en todo el volumen de las muestras sólidas mediante técnicas no destructivas como el ultrasonido o los rayos X, pudiendo así cuantificar una mayor población de burbujas con resultados gráficos permanentes que permiten estudiarlos en detalle y con mayor precisión. Esto se ha hecho para conocer las cualidades organolépticas de chocolates con burbujas formadas por varios tipos de gases (Haedelt y col., 2007). Está planteado a futuro utilizar estas técnicas para

complementar los estudios reológicos del chocolate venezolano.

4 Conclusiones

La evaluación visual directa de fenómenos en el interior del chocolate líquido es prácticamente imposible debido a su opacidad.

La caracterización de los fenómenos antes referidos sólo es posible mediante comparación con fluidos de similar y/o equivalente comportamiento, de los cuales se tienen resultados cuantificados, tal como frecuentemente se hace en estudios de modelado y simulación.

El estudio teórico mediante la analogía propuesta en este trabajo permitió calcular las fuerzas que actúan sobre las burbujas dentro del chocolate líquido.

La fuerza de arrastre es mayor que la de flotabilidad lo que impide que las burbujas se desprendan naturalmente del chocolate, razón por la cual en la práctica se requiere de la agitación y/o vibración para lograrlo.

La obtención del volumen crítico (V_c) en las burbujas del chocolate es un hecho importante que permite avalar los desarrollos matemáticos realizados por los autores de las investigaciones aquí utilizadas así como validar la analogía propuesta como hipótesis inicial.

Las burbujas de aire u otro gas introducido en el chocolate líquido pueden ser caracterizadas en tamaño, forma y cantidad una vez que ocurra la solidificación, cuando se han convertido en poros del sólido.

Las burbujas en el chocolate artesanal tienen forma esférica en el instante de la solidificación, con diámetro entre $(0,1 < \varnothing < 3)$ mm. Dicha forma es la resultante del estado de esfuerzos presentes en la superficie de las burbujas que logran equilibrarse dentro del fluido.

Agradecimientos

A las empresas venezolanas Chocolates Cayré, de Mérida Edo. Mérida y la Chocolatería Kacaonabo de Valencia Edo. Carabobo, por el suministro del chocolate en tabletas. En la primera al Chocolatero Sr. César Carbonara por su apoyo y orientaciones para el diseño del equipo agitador-vibrador.

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no hay conflicto de intereses.

Referencias

Aeschlimann J, Beckett S, 2000, International inter-laboratory trials to determine the factors affecting the measurement of chocolate viscosity, *Journal of Texture Studies* 31, 541-576.

Afoakwa E, Paterson A, Fowler M, Vieira J, 2009, Comparison of rheological models for determining dark chocolate viscosity, *International Journal of Food Science and Technology*, 44, 162–167.

Barbosa C, Diogo F, Rui M, 2016, Fitting Mathematical Models to Describe the Rheological Behaviour of Chocolate Pastes, *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2015*, Rhodes, Greece.

Beckett S, 2002, *La ciencia del chocolate*, Editorial Acribia S.A. Zaragoza, España.

Cash-Goldwasser S, Kardooni S, Kachur SP, Cobb L, Bradford E, Shahpar C, 2020, COVID-19 Revisión científica semanal de la COVID-19. Obtenido en <https://preventepidemics.org/wp-content/uploads/2020/07/WSR-Spanish-4-10-July.pdf>

Chaudhuri S, Basu S, Kabi P, Unni V, Saha A, 2020, Modeling the role of respiratory droplets in Covid-19 type pandemics, *Phys. Fluids* 32, 063309.

Chen Z, Huan G, Ma Y, 2006, Computational methods for multiphase flows in porous media, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia, USA

Chhabra R, 2007, *Bubbles, drops, and particles in non-Newtonian fluids*, CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton FL, USA.

Clift R, Grace J, Weber M, 1978, *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, New York.

Cummins P, Ajayi O, Mehendale F, Gabl R, Viola I, 2020, The dispersion of spherical droplets in source–sink flows and their relevance to the COVID-19 pandemic, *Phys. Fluids* 32, 083302.

DeKee D, Chhabra R, 1988, A photographic study of shapes of bubbles and coalescence in non-Newtonian polymer solutions, *Rheol. Acta*, 27, 656.

DeKee D, Carreau P, Mordarski J, 1986, Bubble velocity and coalescence in viscoelastic liquids, *Chem. Eng. Sci.*, 41, 2273.

DeKee D, Chan Man Fong C, Yao J, 2002, Bubble shape in non-Newtonian fluids, *J. Appl. Mech. (ASME)*, 69, 703.

Fernandes V, Müller A, Sandoval A, 2011, Evaluación de las propiedades reológicas y térmicas de diferentes composiciones de chocolate, *Rev. LatinAm. Metal. Mat.*, S3: 12-13.

Fernandes V, Müller A, Sandoval A, 2013, Thermal, structural and rheological characteristics of dark chocolate with different compositions, *Journal of Food Engineering* 116, 97–108

Fritsching U, 2004, *Spray Simulation*, Cambridge University Press, New York.

Glicerina V, Balestra F, Dalla Rosa M, Romani S, 2016, Microstructural and rheological characteristics of dark, milk and white chocolate: comparative study, *Journal of Food Engineering*, doi: 10.1016/j.jfoodeng.2015.08.011.

Haedelt J, Beckett S, Niranjana K, 2007, Bubble-Included Chocolate: Relating Structure with Sensory Response, *Journal of Food Science*, Vol. 00, Nr. 0

Haedelt J, Leo D, Beckett S, Niranjana K, 2005, Vacuum-induced Bubble Formation in Liquid-tempered Chocolate, *Journal of Food Science* Vol. 70, Nr. 2

Hernández J, 2021, Diseño de una mesa de vibración para moldes de chocolate artesanal, Proyecto de Grado, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, Mérida Venezuela.

Kumbár V, Nedomová Š, Ondrušiková S, Polcar A, 2018, Rheological behaviour of chocolate at different temperatures, *Potravinárstvo Slovak Journal of Food Sciences*, vol. 12, 2018, no. 1, p. 123-128.

Kuzmin A, 2011, Computational Fluid Dynamics 2010, Proceedings of the Sixth International Conference on Computational Fluid Dynamics, St Petersburg, Russia.

Mittal R, Ni R, Seo J, 2020, The flow physics of COVID-19, *J. Fluid Mech.*, vol.894, F2

Pozrikidis C, 2009, *Fluid Dynamics: Theory, Computation, and Numerical Simulation*, Springer Science+Business Media, New York, USA.

Sadhil S, Ayyaswamy P, Chuang J, 1997, *Transport Phenomena With Drop and Bubbles* Springer-Verlag, New York.

Servais C, Ranc H, Roberts I, 2004, Determination of chocolate viscosity, *Journal of Texture Studies* 34, 467-497.

Sirignano W, 1999, *Fluid dynamics and transport of droplets and sprays*, Cambridge University Press, New York.

Sprio S, Sandri M, Iafisco M, Panseri S, Filardo G, Kon E, 2014. Composite biomedical foams for engineering bone tissue. In: *Netti, P.A. (Ed.), Biomedical Foams for Tissue Engineering Applications*. Woodhead Publishing Limited, Cambridge, pp. 249-280

Taylor T, Acrivos A, 1964, On the deformation and drag of a falling viscous drop at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 18:466-476.

Vélez-Cordero R, Lantenet J, Hernández-Cordero J, Zenit R, 2014, Compact bubble clusters in Newtonian and non-Newtonian liquids, *Phys. Fluids* 26, 053101.

Yeoh G, Tu J. 2010, *Computational Techniques for Multi-Phase Flows*, Butterworth-Heinemann, Oxford UK

Recibido: 10 de agosto 2021

Aceptado: 6 de octubre de 2021

Tolosa, Ramón: Ingeniero Mecánico, Universidad de Los Andes (ULA), Mérida, Venezuela-1978; M.Sc. Ciencia de Los Materiales, Universidad Central de Venezuela (UCV), Caracas, Venezuela-1986; Profesor Titular, Esc. de Ing. Mecánica, ULA, Mérida, Venezuela, Jefe del Laboratorio de Metalografía y Tratamientos Térmicos; Áreas de docencia e investigación: metalurgia física, tratamientos térmicos, pulvimetalurgia y análisis de fallas.

<https://orcid.org/0000-0002-9951-4444>

Tolosa, Laura: Ingeniero Químico, Universidad de Los Andes (ULA), Mérida, Venezuela-2003; Profesora Agregada, Escuela de Ing. Química, ULA, Mérida, Venezuela, Directora de la Escuela de Ingeniería Química, ULA, Mérida, Venezuela; Profesora del Dpto. de Química Industrial y Aplicada; Áreas de docencia e investigación: Química Analítica y Análisis Instrumental. Correo electrónico: lauratolosa.ula.ve@gmail.com.

<https://orcid.org/0000-0002-9862-9733>

Fraudita, Freddy: Ingeniero Metalúrgico, Universidad Central de Venezuela (UCV), Caracas, Venezuela-1983; M.Sc. Ciencia de Los Materiales, UCV, Caracas, Venezuela-1995; Prof. Asistente, Esc. de Ing. Metalúrgica y Ciencia de Los Materiales, UCV, Caracas, Venezuela, Jefe de los Laboratorios de Ensayos No Destructivo (END) y Tratamientos Termomecánicos; Jefe del Centro Venezolano de Soldadura; Áreas de docencia e investigación: END, procesos de soldadura, tratamientos termomecánicos del aluminio y sus aleaciones. Correo electrónico: frauditafa@gmail.com.

<https://orcid.org/0000-0002-7844-7764>

Hernández, José: Ingeniero Mecánico, Universidad de Los Andes (ULA), Mérida, Venezuela-2021. Correo electrónico: linkred530@gmail.com.

<https://orcid.org/0000-0002-6836-3524>

