

# Simulación del comportamiento dinámico de un vehículo de carga utilizando elementos finitos

## Truck dynamic behaviour simulation using finite elements

**Matamoros, Alejandra**

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería.  
Escuela de Ingeniería de Sistemas.  
Mérida, Venezuela.  
matamoros@ula.ve

**Vergara, Mary; Provenzano, Sebastián y Torrealba, Ana**

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería. Grupo DIMMA.  
Escuela de Ingeniería Mecánica.  
Mérida, Venezuela

Recibido: 26-02-2007

Revisado: 04-10-2007

### Resumen

*En este trabajo, se realizó la simulación numérica de la respuesta dinámica de un sistema multicuerpo utilizando un modelo unidimensional (1D) implementado a través de elementos finitos (EF), para establecer una comparación con su modelo analítico propuesto en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). El sistema multicuerpo seleccionado es uno de los objetos de estudio de la dinámica de sistemas vehiculares, un vehículo de transporte de carga constituido por cuerpos rígidos y cuerpos elásticos. Se obtuvieron resultados satisfactorios, con errores menores del 2.5% respecto al modelo teórico de referencia que validan el modelo numérico generado por métodos computacionales para el estudio dinámico y la factibilidad de ser empleado para modelar sistemas de esta índole y de mayor complejidad. Tales resultados conducen a afirmar la ventaja que ofrece el modelado numérico utilizando herramientas computacionales para incorporar algunas otras características del sistema multicuerpo que no son consideradas en los modelos analíticos simplificados, como lo es la integración entre el estudio del estado de esfuerzo-deformación en el tiempo bajo condiciones de trabajo del vehículo de carga para este caso de estudio.*

**Palabras claves:** Sistemas multicuerpos, elementos finitos, dinámica, modelado.

### Abstract

*In this work, the numerical simulation of a multibody system dynamical response using an unidimensional (1D) model implemented with finite elements (FE) is presented. The purpose was to establish a contrast between the numerical model using computational tools and its analytical model generated by ordinary differential equations (ODE). The selected multibody system was a truck, which is one of the most studied objects in the vehicular systems dynamic, constituted by rigid and elastic bodies. We obtained satisfactory results, with errors below 2.5% in reference with the theoretical model. These results validate the numerical model generated by computational methods for the dynamical study and the feasibility of using it for modeling this kind of systems and others with a major complexity. We can remark the advantage that numerical modeling using computational tools offers for other multibody systems with characteristics which are not usually considered in simplified analytical models, such as the time-based effort-deformation state in actual working conditions of the truck, for this case of study.*

**Keywords:** Multibody system, finite elements, dynamic, modeling.

## 1 Introducción

Una aproximación general de la dinámica de un sistema multicuerpo es el modelo de un sistema cuya dinámica sea continua en el tiempo y espacio y los parámetros que lo definan sean constantes en el tiempo y en todos los puntos del sistema, tal como lo presentan en su modelo no lineal Eich-Soellner y Führer (Eich-Soellner y Führer, 1998). Eich-Soellner y Führer abordaron el primer método sistemático de problemas y métodos numéricos en la dinámica de multicuerpos, desde el punto de vista de la dinámica de sistemas vehiculares (Arnold, 2004), proponiendo, entre otros, un modelo básico del sistema multicuerpo sin restricciones en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Sin embargo, muchas aplicaciones prácticas de este tipo de sistemas solicitan consideraciones adicionales a la representación clásica del comportamiento dinámico de los cuerpos rígidos del sistema que realizan las EDO, para la generación de modelos más avanzados. En (Eich-Soellner y Führer, 1998) y en (Arnold, 2004), se presentan algunas de las modificaciones del modelo clásico del sistema vehicular y los métodos matemáticos que abordan cada una de las soluciones. En (Gasbarri, 2002), (Stemple, 1998) y (Anderson y Oghbaei, 2005) por ejemplo se señalan algunos desarrollos de las últimas décadas, orientados al problema de modelado de sistemas dinámicos multicuerpos en general, mientras que otros autores se dedican a aplicaciones prácticas de la simulación como el rastreo de vehículos presentado en (Rubinstein y Hitron, 2004).

El modelo dinámico de un sistema multicuerpo puede ser tan complejo como lo pretenda y requiera el estudio. Sistemas muy complejos pueden ser descompuestos en unidades funcionales más pequeñas para ser analizados individualmente y/o por varios grupos de ingeniería con diferentes especialidades. En este sentido, un aspecto a estudiar es el uso de herramientas computacionales basadas en elementos finitos (EF) para el modelado y obtención de soluciones numéricas simuladas que permitan integrar el análisis de varios de los comportamientos de un sistema multicuerpo (dinámicos, estáticos, entre otros).

El propósito de este trabajo es establecer una comparación entre la respuesta dinámica simulada de los movimientos de los cuerpos rígidos de un vehículo de transporte de carga, obtenidos a partir de un modelo numérico generado por definición de la geometría del sistema y sus parámetros físicos, respecto a un modelo de referencia, ambos con iguales características físico-dimensionales y paramétricas y sometidos a las mismas condiciones.

El presente artículo está desarrollado en 5 secciones: la primera, presenta la descripción del sistema multicuerpo seleccionado para el estudio, la segunda contiene el modelo analítico utilizado como referencia en la comparación, la tercera presenta el modelo numérico implementado, la cuarta, los resultados con sus respectivos análisis y, por último, se presentan las conclusiones de este estudio.

## 2 Descripción del sistema multicuerpo

El sistema multicuerpo seleccionado para este trabajo, es un vehículo de carga pesada, como el estudiado por (Eich-Soellner y Führer, 1998), mostrado en la Fig. 1, el cual ha sido uno de los principales objetos de estudio en la dinámica de sistemas vehiculares. Los modelos matemáticos de este tipo de sistemas, han sido ampliamente utilizados como guías para la selección de las propiedades de los sistemas de suspensión que habrán de mantener la tracción en sus ruedas, minimizar las oscilaciones y aceleraciones verticales del vehículo, así como mejorar el confort de los ocupantes (Bouazara et al., 2004) y la seguridad de los productos en la carga a transportar. La solución del problema dinámico de un vehículo de carga también puede extenderse a la definición de estrategias de distribución de la carga para optimizar el desempeño de los sistemas de suspensión.

Este vehículo de carga, es un sistema transversalmente uniforme, en el cual las cargas de los cuerpos, las fuerzas interactuantes, las excitaciones y las respuestas ante ellas, se suponen iguales en magnitud y dirección en todos los puntos de la sección transversal de cada cuerpo. Con esta consideración, se empleó un modelo bidimensional, pese a que no permite el análisis de todos los movimientos generados por éste (Bouazara et al., 2004). El objetivo actual del modelo es el estudio de los movimientos verticales, luego de que con el presente trabajo se hayan validado algunas de las bondades del modelado numérico utilizando herramientas computacionales. Modelos como estos permiten, sin embargo, obtener la respuesta dinámica de los demás grados de libertad (GDL) del sistema multicuerpo.

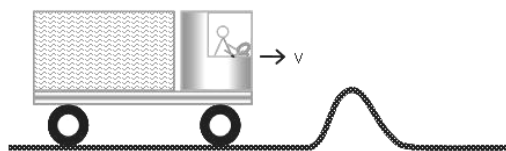


Fig. 1. Vehículo de carga pesada.

El vehículo está conformado por tres cuerpos rígidos: la cabina, la carga y el chasis. Cuenta con sistemas de suspensión pasiva en cada interconexión vertical de los cuerpos rígidos, conformados por arreglos simples de disipación de energía resorte-amortiguador en paralelo, con características lineales. Las ruedas del vehículo o, cuerpos de contacto con la superficie, son cuerpos flexibles del sistema y han sido aproximados, como en la mayoría de estos modelos (Eich-Soellner y Führer, 1998, Lee et al., 2006), a un sistema de suspensión pasiva conectado en serie a la masa concentrada de cada rueda (Fig. 2). La dinámica del sistema, la definen los 9 GDL que tiene el vehículo de carga (Tabla 1).

Un vehículo de carga está expuesto a excitaciones externas, tales como las fuerzas verticales en los elementos de

contacto con la superficie debidas a las irregularidades del terreno por el cual se desplaza, produciendo una deflexión en los cuerpos flexibles y, como consecuencia, una transmisión de fuerzas hacia los demás cuerpos del sistema. Es la diversidad de irregularidades en el terreno uno de los factores más importantes que han de tomarse en cuenta en el análisis dinámico de un sistema vehicular de este tipo, tal como lo es para los vehículos todo terreno (Dai, 2006), siendo la respuesta dinámica también altamente dependiente de la masa que se le suministre a la carga del vehículo, la cual ha de representar la mayor parte de su peso. Para las simulaciones realizadas, se supuso que el camión se desplazaba horizontalmente a una velocidad constante de 15m/s, sobre una superficie modelada por la función  $u(t-t_0)$ , representada en la Fig. 3 y descrita en la Ec. (1) donde,  $t_0$  es el tiempo en el cual cada rueda comienza a percibir la irregularidad del terreno.

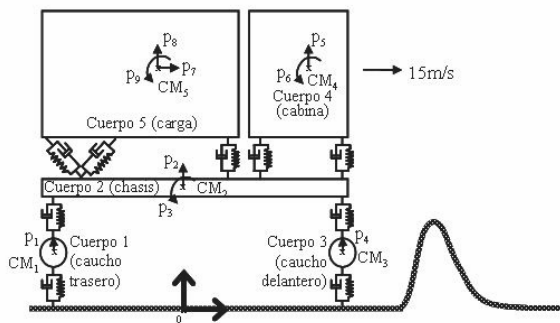


Fig. 2. Modelo 2D del vehículo de carga pesada

Tabla 1. Grados de libertad del vehículo de carga

GDL	Movimiento	Cuerpo	
		Índice	Representación
p <sub>1</sub>	Vertical	1	Rueda trasera
p <sub>2</sub>	Vertical	2	Chasis
p <sub>3</sub>	Angular	2	Chasis
p <sub>4</sub>	Vertical	3	Rueda delantera
p <sub>5</sub>	Vertical	4	Cabina
p <sub>6</sub>	Angular	4	Cabina
p <sub>7</sub>	Horizontal	5	Carga del vehículo
p <sub>8</sub>	Vertical	5	Carga del vehículo
p <sub>9</sub>	Angular	5	Carga del vehículo

$$u(t-t_0) = 4 \cdot \left( \frac{t-t_0}{2} \right)^2 \cdot e^{-(t-t_0)}, \quad t > t_0 \quad (1)$$

La excitación,  $u(t-t_0)$ , es percibida en cada rueda como un desplazamiento vertical resultado del perfil que tiene la superficie en el plano del modelo, referida al sistema de coordenadas global seleccionado (Fig. 2). Tales desplazamientos forzados que experimentan las ruedas (y como consecuencia todo el vehículo), dan lugar a una defor-

mación en cada una de ellas, incidiendo entonces las excitaciones originales en la dinámica del sistema multicuerpo, como fuerzas excitadoras del modelo aproximado resorte-amortiguador de las ruedas. Ambas ruedas son sometidas a la misma perturbación, sólo que con un tiempo de retardo de contacto  $t_0$  debido a la separación que existe entre las ruedas y a la velocidad que se asumió que lleva el vehículo.

Los movimientos de los cuerpos del vehículo de carga son modelados referidos al sistema de coordenadas global, la deformación de los cuerpos elásticos y de amortiguamiento, al sistema de coordenadas local de los cuerpos que cada uno de ellos interconecta y, la simulación de la respuesta de cada uno de los movimientos, está referida a las coordenadas locales del cuerpo.

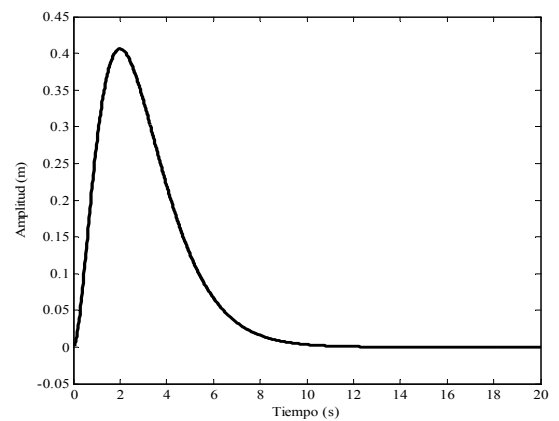


Fig. 3. Excitación del sistema.

### 3 Modelo analítico

Se utilizó el modelo analítico del sistema multicuerpo sin restricciones planteado en (Eich-Soellner y Führer, 1998), como referencia para establecer comparaciones del modelo en EF. El modelo analítico describe, a través de EDO, la dinámica básica de los cuerpos del sistema según las propiedades de las masas e inercias que éstos revelan ante excitaciones externas, dadas por fuerzas vectoriales o giroscópicas y, aplicadas sobre uno o más cuerpos.

Un sistema multicuerpo, al estar conformado por varios cuerpos individuales interconectados por medio de nodos comunes, puede modelarse a partir de la aplicación de las leyes de Newton sobre el análisis de los diagramas de cuerpo libre de los cuerpos individuales, considerando la interacción entre cada uno de ellos en la suma de las fuerzas actuantes. El sistema es descrito utilizando un sistema de coordenadas global y las coordenadas relativas entre los cuerpos. Las EDO que modelan el sistema de la Fig. 2 son las que se muestran en el sistema de ecuaciones (2), donde las fuerzas en las coordenadas X e Y que revelan los elementos de las suspensiones pasivas que interconectan los cuerpos son representados en la forma general, según la forma escrita por (Eich-Soellner y Führer, 1998) con las Ecs. (3), (4) y (5). En la Ec.(3), i y j son los índices de los

cuerpos involucrados en la unión y los subíndices 1 y 2, se corresponden con las coordenadas X e Y, respectivamente; en la Ec. (4), X, Y y Z son las direcciones de los movimientos del cuerpo i, j y,  $h_{ni}$  y  $h_{nj}$ , son las posiciones del extremo de las uniones respecto a los centros de masa de cada cuerpo involucrado i, j. Las fuerzas  $f_{10}$  y  $f_{30}$ , son consecuencia de la deformación que los elementos elásticos de los modelos de las ruedas experimentan debido a las irregularidades de la superficie, con coeficientes de elasticidad  $k_{ij}$  y de amortiguamiento  $d_{ij}$ . Los parámetros  $a_{ij}$  ( $i=1,2,4,5$ ;  $j=2,3,4,5$ ;  $i \neq j$ ),  $b_{ij}$  ( $i=2,4$ ;  $j=2,4$ ;  $i \neq j$ ),  $c_{25}$ ,  $c_{id}$  ( $i=1,2$ ) y  $h_i$  ( $i=1,2,3$ ), son parámetros de la geometría del sistema respecto a los sistemas de coordenadas global y locales (Fig. 4). El sistema multicuerpo, en equilibrio, está sometido sólo a las fuerzas nominales  $f_{ij}^0$ . Las condiciones iniciales de los movimientos  $p_k(0)$  están dadas por la posición del centro de masa  $CM_k$ , respecto al sistema de coordenadas global.

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{p}_1 &= -f_{10_2} + f_{12_2} - m_1 g_{gr} \\
 m_2 \ddot{p}_2 &= -f_{12_2} - f_{23_2} + f_{24_2} + f_{42_2} + f_{25_2} + f_{1d_2} + f_{2d_2} - m_2 g_{gr} \\
 I_2 \ddot{p}_3 &= \left( -a_{23} f_{23_2} - a_{12} f_{12_2} - h_1 (f_{23_1} + f_{12_1}) \right) \cos p_3 - \\
 &\quad \left( -a_{23} f_{23_1} - a_{12} f_{12_1} - h_1 (f_{23_2} + f_{12_2}) \right) \sin p_3 + \\
 &\quad \left( a_{25} f_{25_2} + a_{52} (f_{1d_2} + f_{2d_2}) + h_2 (f_{25_1} + f_{1d_1} + f_{2d_1}) \right) \cos p_3 - \\
 &\quad \left( a_{25} f_{25_1} + a_{52} (f_{1d_1} + f_{2d_1}) + h_2 (f_{25_2} + f_{1d_2} + f_{2d_2}) \right) \sin p_3 - \\
 &\quad \left( -a_{24} f_{24_2} + a_{42} f_{42_2} + h_2 (f_{24_1} + f_{42_1}) \right) \cos p_3 - \\
 &\quad \left( -a_{24} f_{24_1} + a_{42} f_{42_1} + h_2 (f_{24_2} + f_{42_2}) \right) \sin p_3 \\
 m_3 \ddot{p}_4 &= -f_{30_2} + f_{23_2} - m_3 g_{gr} \\
 m_4 \ddot{p}_5 &= -f_{42_2} - f_{24_2} - m_4 g_{gr} \\
 I_4 \ddot{p}_6 &= \left( -b_{24} f_{24_2} - b_{42} f_{42_2} - h_3 (f_{24_1} + f_{42_1}) \right) \cos p_6 - \\
 &\quad \left( -b_{24} f_{24_1} - b_{42} f_{42_1} - h_3 (f_{24_2} + f_{42_2}) \right) \sin p_6 \\
 m_5 \ddot{p}_7 &= -f_{25_1} - f_{1d_1} - f_{2d_1} \\
 m_4 \ddot{p}_8 &= -f_{25_2} - f_{1d_2} - f_{2d_2} - m_4 g_{gr} \\
 I_5 \ddot{p}_9 &= \left( -c_{25} f_{25_2} - c_{1d} f_{1d_2} - c_{2d} f_{2d_2} - h_3 (f_{25_1} + f_{1d_1} + f_{2d_1}) \right) \cos p_9 - \\
 &\quad \left( -c_{25} f_{25_1} - c_{1d} f_{1d_1} - c_{2d} f_{2d_1} - h_3 (f_{25_2} + f_{1d_2} + f_{2d_2}) \right) \sin p_9 \\
 f_{ij}(t) &= k_{ij} \|\rho_{ij}(t)\| + d_{ij} \frac{d}{dt} \|\rho_{ij}(t)\| + f_{ij}^0 \\
 (f_{ij_1}(t), f_{ij_2}(t))^T &= f_{ij}(t) \frac{\rho_{ij}(t)}{\|\rho_{ij}(t)\|}, \quad i \neq j
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

siendo,

$$\rho_{ij}(t) = \begin{pmatrix} p_{jX} \\ p_{jY} \end{pmatrix} + S(p_{jZ}) \begin{pmatrix} c_{ij} \\ -h_{nj} \end{pmatrix} - \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ p_{iX} \end{pmatrix} + S(p_{iY}) \begin{pmatrix} a_{ij} \\ h_{ni} \end{pmatrix} \right]
 \tag{4}$$

donde:

$$S(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}
 \tag{5}$$

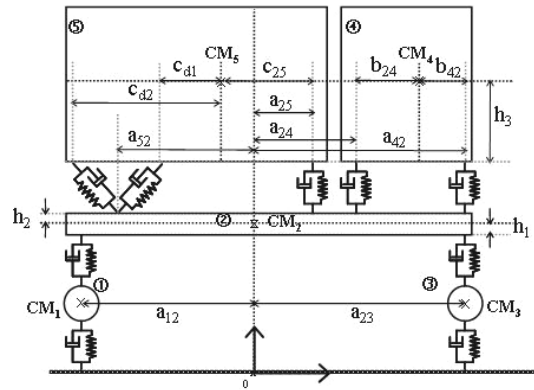


Fig. 4. Geometría del vehículo de carga.

#### 4 Modelo numérico en EF

“La esencia del método de elementos finitos es tomar un problema complejo, cuya solución puede ser difícil, si no imposible de obtener y descomponerlo en piezas individuales, cuyas soluciones pueden ser construidas y, luego unir las soluciones locales aproximadas para obtener una solución aproximada global” (Klaus-Jurgen, 1995).

El modelo numérico del sistema fue realizado utilizando el método de elementos finitos con el programa Ansys, para el cual se utilizaron tres tipos de elementos 1D: masas, barras y elementos combinados resorte-amortiguador, para definir los 5 cuerpos del vehículo de carga: la cabina, la carga, el chasis y las dos ruedas del modelo planar, así como los elementos de suspensión que los interconecta (ver Tabla 2). Se aplicaron restricciones de movimientos en algunos de los elementos como se describe en la Tabla 3, para especificar los 9 GDL del sistema (ver Tabla 1) y, se definieron desplazamientos aplicados en los nodos terminales de los elementos resorte-amortiguador para modelar el contacto con la superficie (Fig. 5). Se emplearon los mismos valores de los parámetros de las masas de los cuerpos, de cada elemento de los sistemas de suspensión pasiva, de las dimensiones y ubicación de los centros de masa de los cuerpos ( $CM_i$ ), así como las mismas excitaciones que en el modelo analítico.

La representación gráfica de la implementación en EF utilizando Ansys, se muestra en la Fig. 5. Posteriormente se procesa la solución del problema utilizando pasos de carga donde se incluye el retardo de la rueda trasera.

**5 Resultados de las simulaciones y análisis**

Se realizaron simulaciones de los modelos analítico y numérico, definidos en las secciones anteriores, para establecer comparaciones entre los resultados de la dinámica de los desplazamientos verticales arrojados por cada uno de ellos. La solución del modelo analítico fue obtenida utilizando Matlab, tal como lo implementaron los desarrolladores del modelo, aplicando la excitación,  $u(t-t_0)$ , ya definida. Para la solución de las EDO se utilizó la función de Matlab, ode23. La simulación del modelo en EF, como ya se mencionó, fue realizada en Ansys, ambas para un tiempo de  $t=20s$ , de manera de poder apreciar la estabilización del vehículo al volver a transitar sobre la superficie horizontal.

Las condiciones de equilibrio del sistema, están dadas por las posiciones nominales de cada cuerpo referidas a su eje de movimiento, cuyos valores se muestran en la Tabla 4.

Tabla 2. Elementos utilizados en el modelo.

Tipo de Elemento	Elementos Ansys	Cuerpo (i) / Interconexión (i-j)	Cant. (elem)
Masa	mass21	1	1
		2	1
		3	1
		4	1
		5	1
Barra	beam3	2	1
		4	1
		5	1
Resorte-Amortiguador	combin14	Superficie - 1	1
		Superficie - 3	1
		1-2	1
		3-2	1
		2-4	2
		2-5	3

Tabla 3. Restricciones, GDL y cargas aplicadas en cada cuerpo k (en el modelo son aplicadas en nodos internos de los cuerpos, ubicados en  $CM_k$ ).

Cuerpo	Restricciones	Cargas
	GDL	
1	UY	Desplazamiento $u(t-t_{01})$
2	UY, ROTZ	0
3	UY	Desplazamiento $u(t-t_{02})$
4	UY, ROTZ	0
5	UX, UY, ROTZ	0

Los parámetros definidos (referidos a los índices de los cuerpos, Fig. 2) para ambas simulaciones son los mostrados en la Tabla 5. Éstos fueron los utilizados en (Eich-Soellner y Führer, 1998) para simular su modelo.

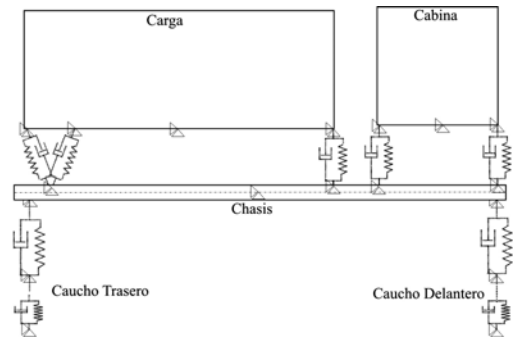


Fig 5. Modelo del vehículo de carga en EF

Tabla 4. Posiciones nominales de los cuerpos del sistema.

GDL	Posición nominal
p <sub>1</sub>	0.5 (m)
p <sub>2</sub>	2.0 (m)
p <sub>3</sub>	0.0 (rad)
p <sub>4</sub>	0.5 (m)
p <sub>5</sub>	2.9 (m)
p <sub>6</sub>	0.0 (rad)
p <sub>7</sub>	a <sub>25</sub> -c <sub>25</sub> (m)
p <sub>8</sub>	2.9 (m)
p <sub>9</sub>	0.0 (rad)

Tabla 5. Valores de los parámetros utilizados en ambos modelos

Modelo	Valores de los parámetros (MKS)
Analítico y Numérico	Masas: m <sub>1</sub> =1450, m <sub>2</sub> =3335, m <sub>3</sub> =600, m <sub>4</sub> =1100, m <sub>5</sub> = 11515
	Inercias: I <sub>2</sub> =14313, I <sub>4</sub> =948, I <sub>5</sub> =33000
	Constantes de resorte: k <sub>10</sub> =4.4·10 <sup>+6</sup> , k <sub>30</sub> =2.2·10 <sup>+6</sup> , k <sub>12</sub> =8.247·10 <sup>+5</sup> , k <sub>23</sub> =2.711·10 <sup>+5</sup> , k <sub>24</sub> =1.357·10 <sup>+5</sup> , k <sub>42</sub> =1.357·10 <sup>+5</sup> , k <sub>1d</sub> =7.7·10 <sup>+5</sup> , k <sub>2d</sub> =7.7·10 <sup>+5</sup> , k <sub>25</sub> =9.0·10 <sup>+5</sup>
	Coefficientes de amortiguamiento: d <sub>10</sub> =600, d <sub>30</sub> =300, d <sub>12</sub> =21593, d <sub>23</sub> =38537, d <sub>24</sub> =12218, d <sub>42</sub> =12218, d <sub>25</sub> =38500, d <sub>1d</sub> =33013, d <sub>2d</sub> =33013
	a <sub>12</sub> =-2.06, a <sub>23</sub> =2.44, a <sub>25</sub> =0.98, a <sub>52</sub> =-3.07, a <sub>24</sub> =1.94, a <sub>42</sub> =3.64, b <sub>42</sub> =0.9, b <sub>24</sub> =-0.8, c <sub>25</sub> =2.44, c <sub>1d</sub> =-1.91; c <sub>2d</sub> =-1.31, h <sub>1</sub> =-1.34, h <sub>2</sub> =0.0, h <sub>3</sub> =0.0
	Fuerzas nominales: f <sub>10</sub> <sup>0</sup> = -2.32914516200000·10 <sup>+6</sup> , f <sub>12</sub> <sup>0</sup> = -0.24687266200000·10 <sup>+6</sup> , f <sub>30</sub> <sup>0</sup> = -1.14743483800000·10 <sup>+6</sup> , f <sub>23</sub> <sup>0</sup> = -0.08492483800000·10 <sup>+6</sup> , f <sub>24</sub> <sup>0</sup> = -0.12784288235294·10 <sup>+6</sup> , f <sub>42</sub> <sup>0</sup> = -0.12720811764706·10 <sup>+6</sup> , f <sub>25</sub> <sup>0</sup> = -0.85490594111111·10 <sup>+6</sup> , f <sub>2d</sub> <sup>0</sup> = -0.76635491099974·10 <sup>+6</sup> , f <sub>1d</sub> <sup>0</sup> = -0.76635491099974·10 <sup>+6</sup>
	Aceleración de la Tierra: 9.81

Las simulaciones realizadas, arrojaron los resultados de la Figs. 6 y 7 de los cuerpos elásticos: rueda delantera y trasera; mientras que en las Figs. 8, 9 y 10 se muestran los desplazamientos verticales de los cuerpos rígidos del vehículo: chasis, cabina, y carga, respectivamente.

uno de los cuerpos rígidos, también obtenida por ambos métodos, encontrándose una mayor diferencia en los resultados, respecto a los obtenidos para los desplazamientos verticales. La Fig. 12 muestra las medias de los errores porcentuales, referidos a la mayor amplitud en valor absoluto de cada respuesta obtenida por el método analítico. El periodo de tiempo utilizado fue de 0.005 s.

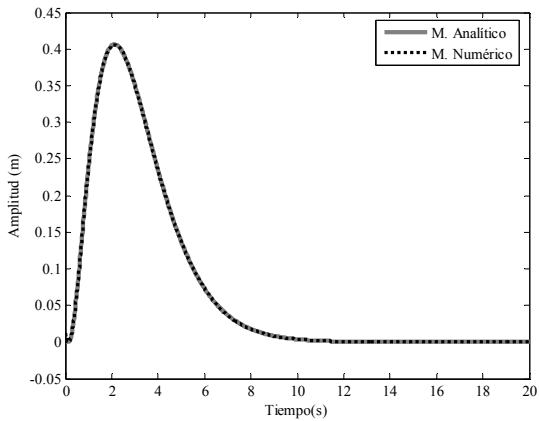


Fig 6. Desplazamiento vertical de la rueda delantera

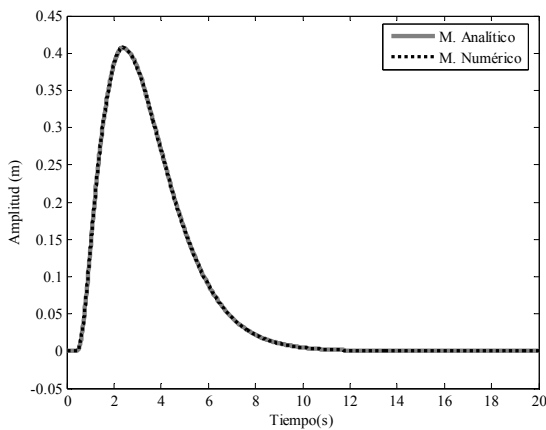


Fig 7. Desplazamiento vertical de la rueda trasera

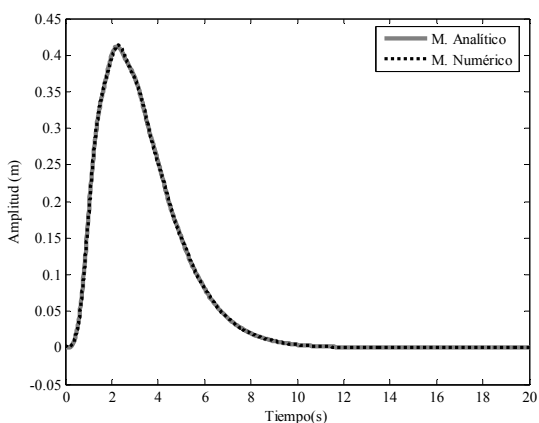


Fig 8. Desplazamiento vertical del chasis

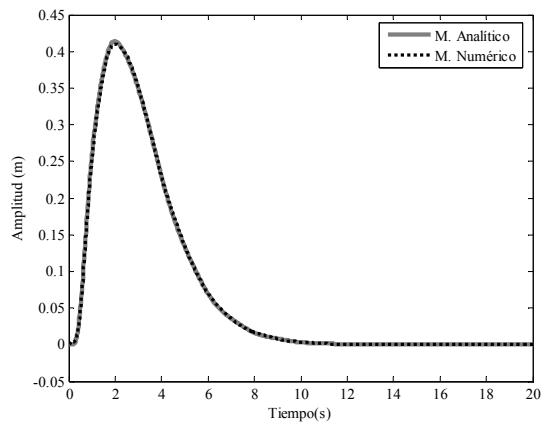


Fig 9. Desplazamiento vertical de la cabina

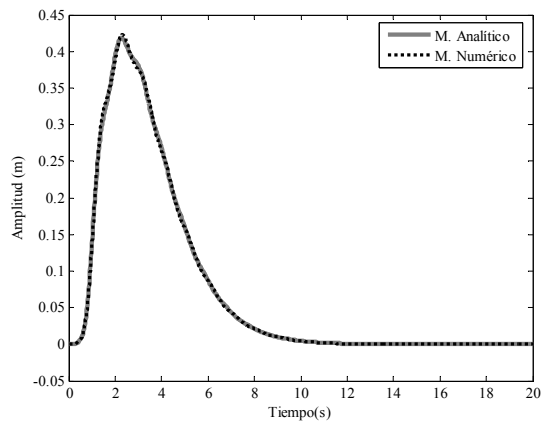


Fig 10. Desplazamiento vertical de la carga

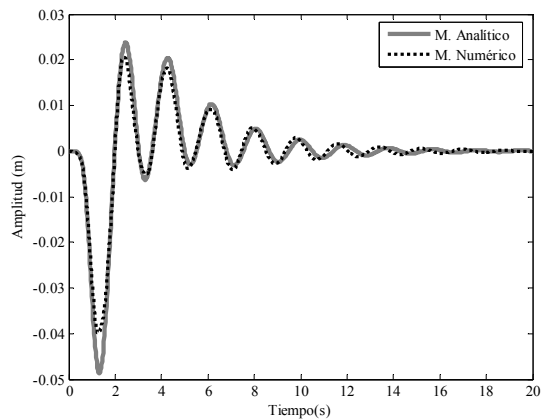


Fig 11. Desplazamiento horizontal de la carga

En la Fig. 11 se muestra la dinámica de otro DOF de

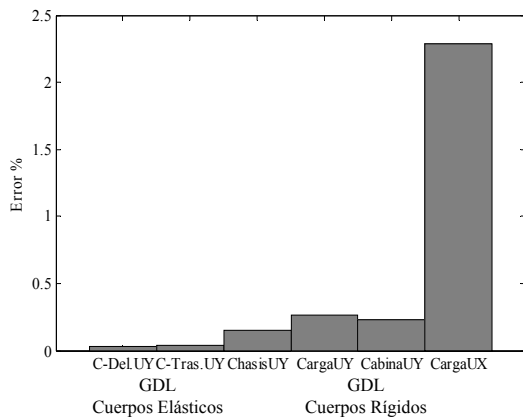


Fig. 12. Errores medios en cada GDL

## 6 Conclusiones

En este trabajo se han utilizado las ecuaciones de la dinámica multicuerpo desarrolladas en (Eich-Soellner y Führer, 1998), para modelar los desplazamientos verticales de cuerpos rígidos y elásticos que conforman el modelo bi-dimensional de un vehículo de carga. En este sentido, se ha desarrollado un código para resolver este tipo de problemas utilizando Ansys, en el cual se permite incorporar y modificar restricciones, cargas y parámetros que se utilizan en el modelo.

En cuanto a la resolución del modelo numérico para obtener los desplazamientos verticales de los cuerpos elásticos y rígidos utilizando Ansys, se encontró que los resultados son casi idénticos a los obtenidos analíticamente, pues la diferencia media entre ambos es menor del 1%. En los elementos rígidos, específicamente para la carga, la respuesta temporal del desplazamiento horizontal varía hasta menos de un 2.5%.

Es posible arribar a códigos más sencillos utilizando herramientas basadas en el método de elementos finitos para realizar el modelo de un sistema multicuerpo. La simplificación del modelado de la dinámica de un sistema multicuerpo como el presentado en este trabajo, permite dedicar los esfuerzos, más que al modelado, al análisis de los comportamientos dinámicos de cada uno de los cuerpos que lo componen a través de las respuestas simuladas, y abordar con mejor ahínco el diseño y solución de problemas dinámicos en este tipo de sistemas, por medio de ajustes paramétricos referidos a cada uno de los cuerpos o el rediseño.

Una extensión de este trabajo consistirá en ratificar la

factibilidad del estudio de las frecuencias naturales de oscilación y los modos de vibración de sistemas multicuerpo empleando el método de EF y ampliar la visión hacia la posibilidad de realizar modelos tridimensionales, sin incurrir en mayor complejidad matemática que haga que el problema no pueda resolverse.

## 7 Agradecimientos

Los autores de este trabajo agradecen al CDCHT por la colaboración y financiamiento otorgados a este trabajo designado bajo el código: N° I-801-04-02-A.

## Referencias

- Anderson K y Oghbaei M, 2005, Dynamic simulation of multibody systems using a new state-time methodology, multibody system dynamics, Vol. 14, pp. 61–80.
- Arnold M, 2004, Simulation algorithms in vehicle system dynamics, Martin-Luther-University Halle, Department of Mathematics and Computer Science, Technical Report 27.
- Bouazara M, Richard M y Rakheja S, 2004, Safety and comfort analysis of a 3-D vehicle model with optimal nonlinear active seat suspension, Journal of Terramechanics, Science Direct, Vol. 43, No. 2, pp. 97-118.
- Dai L y Wu J, 2006, Stability and vibrations of an all-terrain vehicle subjected to nonlinear structural deformation and resistance, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Direct Science, Article in Press.
- Eich-Soellner E y Führer C, 1998, Numerical methods in multibody dynamic, Teubner-Verlag, Stuttgart, Suecia.
- Gasbarri P, 2002, A two-dimensional approach to multibody free dynamics in space environment, Acta Astronautica, Vol. 51, No. 12, pp. 831-842(12).
- Klaus-Jurgen B, 1995, Finite element procedures, Prentice Hall; 2<sup>a</sup> edición.
- Lee C, Bogatchenkova S, Goverdovskiy V, Shynkarenko Y y Temnikov A, 2006, Position control of seat suspension with minimum stiffness, Journal of Sound and Vibration, Science Direct, Vol 292, No. 1-2, pp. 435–442.
- Rubinstein D y Hitron R, 2004, A detailed multi-body model for dynamic simulation of off-road tracked vehicles, Journal of Terramechanics, Vol. 41, pp. 63-173.
- Stemple T, 1998, Dynamics and control of flexible multi-body structures, Dissertation, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, <http://citeseer.ist.psu.edu>.
- Wang Y, Cheung M y Zhang W, 2002, Finite element modeling of geared multi-body system, Communications In Numerical Methods In Engineering, Vol. 18, pp. 765-778.