

Drástico ejemplo de error debido a la enseñanza y aprendizaje de ecuaciones sin las correspondientes deducciones

Drastic example on error due to teach and learn equations without deduction

R. D. Chacón*, R. J. Suárez, J. A. Alvarado y J. R. Márquez,
Escuela de Ingeniería Mecánica, Departamento de Tecnología y Diseño,
Grupo DIMMA, Universidad de Los Andes,
Mérida 5101,
*rdchacon@ula.ve

Resumen

Se ha ideado un ejemplo demostrativo del error que puede ser inducido en la actividad académica estudiantil, y hasta en el ejercicio profesional de futuros ingenieros, cuando se enseña y/o trata de aprender ecuaciones sin las deducciones clarificadoras de las correspondientes condiciones de validez. Para erigir el ejemplo ha sido tomada la ecuación de los esfuerzos normales debidos a momento flector en vigas, pues es una de las ecuaciones más frecuentemente utilizadas en el diseño mecánico y a la vez de más antigua data. En el ejemplo, a pesar del uso correcto de la matemática y procedimiento riguroso de un emprendedor alumno supuesto, éste, al final de un arduo trabajo, consigue el absurdo de que, al ser sometida a flexión, una viga (probeta) entallada consume mayor cantidad de energía si mayor es la profundidad de la entalla, y que si la profundidad de la entalla es la máxima posible el consumo de energía es infinito. Resultan indiscutibles la conveniencia, necesidad y acierto de exponer y aprender ecuaciones con exhaustiva consideración de las condiciones de validez. Esto es requisito elemental en toda actividad de enseñanza y aprendizaje donde el análisis es inseparable de la observación de la realidad.

Palabras Claves:

Abstract

A demonstrative example of the error that can be induced in students academic activity and until in future engineers professional exercise, when they tries to learn equations without clarifying deductions and corresponding validity conditions has been devised. As an example the beam normal stresses due to bending moment equation has been taken, because it is one of the most frequently utilized equations in mechanical design and at the same time is the oldest one. In the example, besides of the mathematics' correct use and the rigorous procedure of a venturesome supposed student, at the end of his arduous work, he gets the absurdity that a beam subjected to bending, consumes more energy when has a greater slot depth, and the energy consumption is infinite for maximum slot depth. Is unquestionable the convenience, necessity and success to expose and learn equations with exhaustive consideration of the validity conditions. This is an elementary requirement in teaching and learning activity when analysis is inseparable of reality observation.

Key words:

1 Cuerpo considerado en el ejemplo

Existe una variedad de probetas utilizadas en ensayos de impacto de Charpy, las cuales son vigas que poseen entallas (centradas y transversales) con forma de V, de U o de ojo de cerradura. La Fig. 1 muestra un esquema de las pro-

betas entalladas en V. Éstas, acorde con la norma venezolana COVENIN 439-78 y ASTM E 23-88, son usadas con diferentes longitudes L y ángulo α de abertura de la entalla (Fig.2). Fuera de la entalla se cumple igualdad entre el ancho b y la altura h (Fig. 1). Frecuentemente la profundidad normada p de la entalla es igual a 2 mm y, en

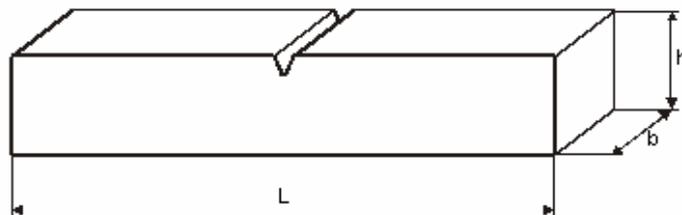


Fig. 1. Esquema de una probeta de ensayo de impacto Charpy, con entalla en V.

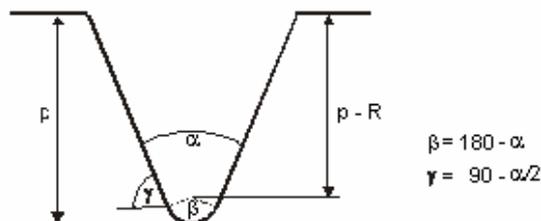


Fig. 2. Esquema de una entalla en V de una probeta de ensayo de impacto Charpy.

su fondo, el radio R de curvatura normado es igual a 0,25 mm. La Fig.2 muestra detalles de la entalla. En el ensayo de impacto la probeta, como viga simplemente apoyada, es golpeada en su parte media y por el lado opuesto al lado de la entalla. En el fondo de ésta se origina la rotura al propagarse desde allí una grieta en la dirección de la altura h .

2 Ecuación para el cálculo aproximado de la energía de deformación elástica absorbida por la probeta

En la mecánica de sólidos, partiendo de la Ec.(1) se puede determinar la energía de deformación elástica absorbida por un cuerpo linealmente elástico sometido a esfuerzo normal y/o cortante. Esta ecuación, muy considerada en la determinación de esfuerzos dinámicos, como por ejemplo por Popov (2000), se deriva del concepto de resiliencia de un material.

$$e = \iiint_V \frac{\sigma^2}{2E} dV + \iiint_V \frac{\tau^2}{2G} dV \quad (1)$$

Donde σ es esfuerzo normal, τ es esfuerzo de corte, E es el módulo de Young, G es el módulo de corte y V es el volumen del cuerpo. En el caso de vigas, sólo si la flexión es pura es plenamente válido omitir el término que en la Ec.(1) considera el esfuerzo de corte τ . En el caso general de la flexión además del momento flector actúan también fuerzas cortantes; no obstante Stiopin (1976) indica que, como lo demuestran los experimentos, la energía absorbida correspondiente al trabajo de las fuerzas cortantes es muy pequeña y como regla general se prescinde de ella. Atendiendo a esa indicación, para el caso de la probeta mostrada en la Fig. 1 la Ec. (1) puede ser empleada con la siguiente forma para un cálculo aproximado, considerando

para la integración un sistema de coordenadas cartesianas xyz :

$$e = \frac{1}{2E} \iiint_V \sigma_x^2 dx dy dz \quad (2)$$

3 Vastedad de un esfuerzo vano debido a imprecisiones conceptuales en el conocimiento de una ecuación

Por propia iniciativa un emprendedor alumno puede decidir acometer el nada fácil problema de determinar la energía de deformación elástica que absorbe la probeta (Fig. 1). El desconocimiento o deficiente conocimiento conceptual de las ecuaciones que describen el comportamiento mecánico de vigas, aunado a una excesiva confianza en la aptitud del docente, puede conducir a que el pupilo comience su empeño cometiendo el error de sustituir en la Ec. (2) lo expresado por la Ec. (3) para el esfuerzo σ_x .

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \quad (3)$$

En la Ec. (3) σ_x es esfuerzo normal de tracción (+) o compresión (-) en una viga sometida a momento flector, M es el momento flector, y es una distancia cualquiera medida desde el plano neutro de la viga hasta su superficie e I es momento de inercia.

La posibilidad de cometer el error debido a la sustitución antes indicada, es tanto mayor si el docente - en lugar de haber expuesto meticulosamente la deducción originaria de la Ec. (3) - ha comentado aspectos de la impresionante historia de ella. Se trata de una ecuación cuya génesis se atribuye a Galileo (siglo XVII) y de la cual se cree que du-

rante doscientos años fue objeto de la atención de muchos estudiosos para corregir y precisar la embrionaria dejada por aquel fabuloso investigador. La forma actual de la ecuación, expresada por la Ec. (3), data del siglo XIX, siendo a veces atribuida a Navier y en otras a Coulomb. Sustituyendo la Ec. (3) en la Ec. (2) resulta:

$$e = \frac{1}{2E} \iiint_V \frac{M^2 y^2}{I^2} dx dy dz \quad (4)$$

Planteadas la Ec. (4) el alumno tiene ante sí una tediosa tarea matemática en su serio empeño de lograr una ecuación específica con la cual determinar la energía de deformación elástica que absorbe la viga esquematizada en la Fig. 1 al ser sometida a flexión. Omitiendo por ahora las causas del error cometido al plantear la Ec. (4), para ilustrar el vasto y vano esfuerzo, final frustración y hasta tristeza del alumno, vale describir su empeño.

La Fig. 3 muestra una viga de sección constante como esquema básico de partida para resolver la integral triple contenida en la Ec. (4).

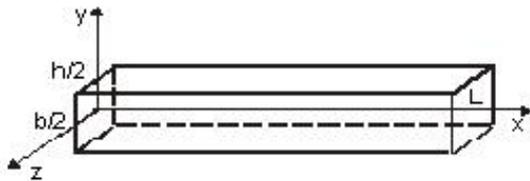


Fig. 3. Viga con sección transversal constante, referida a un sistema de coordenadas xyz cuyo eje x coincide con la línea neutra.

En la Fig. 3 la línea central longitudinal del plano neutro (línea neutra) coincide con el eje x del sistema de coordenadas. Atendiendo a principios de la Ec. (3) el alumno ha considerado que el plano neutro de la probeta de impacto (Fig. 1) sigue una trayectoria que pasa por la parte media de cualquier sección transversal, es decir, posee igual trayectoria que el perfil superior de la probeta (Fig. 1), incluyendo la hendidura de la entalla. Ante la condición de aplicar la Ec. (3) refiriéndola al eje x (recto), el alumno encuentra la necesidad de hacer un traslado del origen del sistema de coordenadas como el mostrado en la Fig. 4. Le queda así que $y' = y + h/2$, y de aquí $y = y' - h/2$. Tomando en cuenta la variabilidad de la altura de la probeta con la distancia x (Fig. 4), escribe $y = y' - h_x/2$. En consecuencia, para la probeta de ensayo de impacto la Ec. (3) le resulta con la siguiente forma:

$$e = \frac{1}{2E} \iiint_V \frac{M^2 \left(y' - \frac{h_x}{2} \right)^2}{I^2} dx dy' dz' \quad (5)$$

Puesto que: a) el ancho b de la probeta es constante, b) el momento flector M hasta la mitad (semilongitud) de la

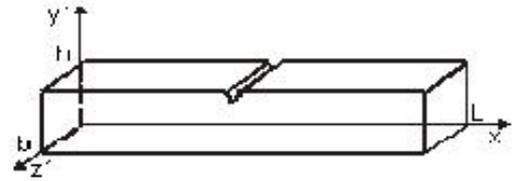


Fig. 4. Probeta de impacto con sección transversal no constante, referida a un sistema de coordenadas xyz cuyo eje x no coincide con la línea neutra.

Puesto que: a) el ancho b de la probeta es constante, b) el momento flector M hasta la mitad (semilongitud) de la viga se calcula $M = Px/2$ y c) el momento de inercia I para secciones transversales rectangulares se calcula $I = bh^3/12$, siendo en el caso h función de x , para el volumen de la semilongitud de la probeta el alumno puede llevar la Ec. (5) a la forma siguiente:

$$\frac{1}{2} e = \frac{9P^2}{2Eb} \iint_A \frac{x^2 (2y' - h_x)^2}{h_x^6} dx dy' = \quad (6)$$

$$\frac{9P^2}{2Eb} \left(\iint_A \frac{4x^2 y'^2}{h_x^6} dx dy' - \iint_A \frac{4x^2 y'}{h_x^5} dx dy' + \iint_A \frac{x^2}{h_x^4} dx dy' \right)$$

donde A es área de secciones longitudinales de la probeta y P es una carga estática que le sea aplicada.

La variable y' toma valores entre 0 y h_x (Fig. 4), razón por la cual las tres integrales dobles dentro de los corchetes de la Ec. (6) las expresa, respectivamente:

$$\begin{aligned} & 4 \int_x \frac{x^2}{h_x^6} \left[\int_0^{h_x} y'^2 dy' \right] dx \\ & - 4 \int_x \frac{x^2}{h_x^5} \left[\int_0^{h_x} y' dy' \right] dx \\ & \int_x \frac{x^2}{h_x^4} \left[\int_0^{h_x} dy' \right] dx \end{aligned} \quad (7)$$

Después de la integración consigue de manera matemáticamente correcta la siguiente sencilla ecuación particularizada a partir de la cual puede desarrollar con mayor facilidad su empeño de conseguir la ecuación buscada:

$$e = 3 \frac{P^2}{Eb} \int_x \frac{x^2}{h_x^3} dx \quad (8)$$

Para aplicar la Ec. (8) a la viga esquematizada en la Fig. 4, pero considerándola sin entalla (sección transversal constante), el alumno toma en cuenta que $h_x = h = \text{const}$, y

en ese caso obtiene correctamente que la energía absorbida por el volumen total de esa viga, es:

$$e = 3 \frac{P^2}{Eb h^3} \int_0^{L_2} x^2 dx \text{ de donde } e = \frac{1}{8} \frac{P^2 L^3}{Eb h^3} \quad (9)$$

Para la probeta con entalla (Figs. 1, 2 y 4) considera los límites de integración en x que se muestran en las Figs. 5 y 6. Entonces, con la Ec. (8) halla la Ec. (10) para el volumen total de la probeta con entalla.

$$e = 3 \frac{P^2}{Eb} \int_0^{L_3} \frac{x^2}{h_x^3} dx = 3 \frac{P^2}{Eb} \left(\int_0^{L_1} \frac{x^2}{h_x^3} dx + \int_{L_1}^{L_2} \frac{x^2}{h_x^3} dx + \int_{L_2}^{L_3} \frac{x^2}{h_x^3} dx \right) \quad (10)$$

Para resolver las integrales contenidas dentro de los corchetes de la Ec. (10), toma en cuenta que:

- 1) Entre 0 y $L_1 \Rightarrow h_x = h = \text{const}$ (Fig. 5).
- 2) Entre L_1 y $L_2 \Rightarrow h_x = h - (x - L_1) \text{tg}\gamma$, siendo ésta la ecuación de la recta entre L_1 y L_2 (Fig. 6).
- 3) Entre L_2 y $L_3 \Rightarrow h_x = h_3 - \sqrt{[R^2 - (L_3 - x)^2]}$, siendo $\sqrt{[R^2 - (L_3 - x)^2]}$ la expresión de la variable y' en la ecuación de una circunferencia de radio R cuyo centro tiene como ordenadas $x = L_3$ e $y' = h_3$. Esa circunferencia describe la curvatura del fondo de la entalla (Figs. 5 y 6).

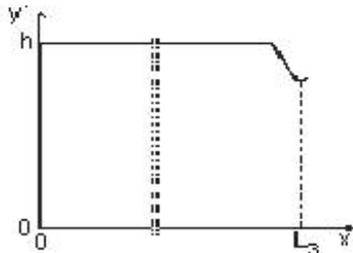


Fig. 5. Límites de integración de la Ec. (7).

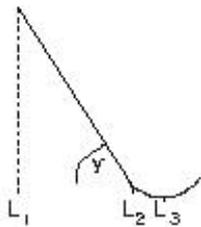


Fig. 6. Los límites de integración referidos a la zona entallada. (Entalla ampliada).

El bachiller halla que, proveídos con las condiciones indicadas 1 y 2, los dos primeros términos contenidos dentro de los corchetes de la Ec. (10) tienen fácil solución; pero que proveído con la condición indicada 3, el tercer término dentro de los corchetes, es:

$$\int_{L_2}^{L_3} \frac{x^2}{h_x^3} dx = \int_{L_2}^{L_3} \frac{x^2}{\left[h_3 - \sqrt{R^2 - (L_3 - x)^2} \right]^3} dx \quad (11)$$

La Ec. (11) le causa la dificultad de que su solución (con la ayuda del programa *Mathemática 4.0*) ocupa cientos de páginas, razón por la cual decide probar otra solución mediante un cambio de variables en la Ec. (11), usando para ello la expresión de x en la ecuación paramétrica de una circunferencia, a saber, $x = L_3 - R \text{sen}\phi$. La Fig. 7 aclara el cambio de la variable x a la ϕ realizado por el pertinaz bachiller.

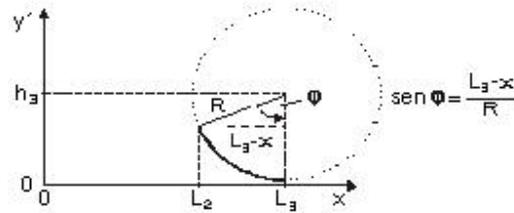


Fig. 7. Cambio de la variable x a la variable ϕ .

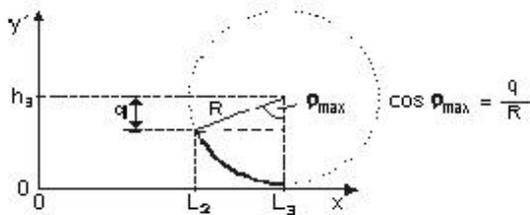


Fig. 8. Angulo ϕ máx.

Después del cambio de variables obtiene:

$$\int_{L_2}^{L_3} \frac{x^2}{h_x^3} dx = \dots - \int_{\phi_{\text{max}}}^0 \frac{R \cos \phi (L_3 - R \text{sen} \phi)^2}{(h_3 - R \cos \phi)^3} d\phi \quad (12)$$

La Ec. (10) le resulta:

$$e = 3 \frac{P^2}{Eb} \left\{ \frac{1}{h^3} \int_0^{L_1} x^2 dx + \int_{L_1}^{L_2} \frac{x^2}{[h - (x - L_1) \text{tg}\gamma]^3} dx - \dots - \int_{\phi_{\text{max}}}^0 \frac{R \cos \phi (L_3 - R \text{sen} \phi)^2}{(h_3 - R \cos \phi)^3} d\phi \right\} \quad (13)$$

Después de desarrollar $R \cos \phi (L_3 - R \text{sen} \phi)^2$ y tomar en cuenta que: a) $\gamma = 90 - \alpha/2$ y b) $L_3 = L/2$, consigue:

$$e = \frac{3P^2}{Eb} \left[\frac{1}{h^3} \int_0^{L_1} x^2 dx + \text{tg}^3 \frac{\alpha}{2} \int_{L_1}^{L_2} \frac{x^2}{\left(\text{htg} \frac{\alpha}{2} + L_1 - x \right)^3} dx - \dots - \frac{RL^2}{4} \int_{\phi_{\text{max}}}^0 \frac{\cos \phi}{(h_3 - R \cos \phi)^3} d\phi + \dots \right]$$

$$\dots + R^2 L \int_{\varphi_{\max}}^0 \frac{\text{sen } \varphi \cos \varphi}{(h_3 - R \cos \varphi)^3} d\varphi - R^3 \int_{\varphi_{\max}}^0 \frac{\text{sen}^2 \varphi \cos \varphi}{(h_3 - R \cos \varphi)^3} d\varphi \quad (14)$$

Haciendo previamente $\text{htg}(\alpha/2) + L_1 = a$ finalmente alcanza el objeto de su empeño integrando la Ec. (14) mediante el programa *Maple*. Para la probeta con entalla obtiene:

$$e = \frac{3P^2}{Eb} \left\{ \frac{L_1^3}{3h^3} + \text{tg}^3 \frac{\alpha}{2} \left[\frac{4aL_2 - 3a^2}{2(L_2 - a)^2} - \frac{4aL_1 - 3a^2}{2(L_1 - a)^2} \right] + \frac{RL^2}{4} \left[\frac{2 \left(\frac{h_3 R}{\text{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R}} + h_3^2 - R^2 \right) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{(h_3 + R)^4 (h_3 - R) \left(\text{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R} \right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{2(h_3^2 - R^2) \text{arctg} \frac{(h_3 + R) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}}}{(h_3 + R)^3 (h_3 - R) \sqrt{h_3^2 - R^2}} + \frac{3h_3 R \left(\frac{\text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\text{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R}} + \frac{(h_3 + R) \text{arctg} \frac{(h_3 + R) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}} \right)}{(h_3 + R)^3 (h_3 - R)^2} \right.$$

$$\left. - 2 \frac{\left(\text{arctg} \frac{h_3 (h_3 + R) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}} + \text{arctg} \frac{R (h_3 + R) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}} \right)}{(h_3 + R)^3 \sqrt{h_3^2 - R^2}} \right] +$$

$$+ L \left[\frac{1}{h_3 - R} + \frac{h_3}{2(h_3 - R)^2} - \frac{1}{h_3 - R \cos \varphi_{\max}} - \frac{h_3}{2(h_3 - R \cos \varphi_{\max})^2} \right]$$

$$+ R^3 \left[\frac{-2 \left(\frac{1}{R^3} + \frac{1}{R^2} \right) \text{arctg} \frac{h_3 (h_3 + R) \text{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}} + \frac{2 \left(\frac{h_3^2}{R^2} + \frac{2h_3}{R} - 1 - \frac{\left(\frac{h_3^2}{R} + h_3 \right)}{(h_3 + R) \left(\text{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R} \right)} \right) \text{tg} \varphi_{\max}}{(h_3 + R)^2 (h_3 - R) \left(\text{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R} \right)} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2 \left(\frac{h_3^2}{R^2} + \frac{2h_3}{R} - 1 \right) \arctg \frac{(h_3 + R) \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}}}{(h_3 + R)(h_3 - R) \sqrt{h_3^2 - R^2}} - \frac{3 \left(\frac{h_3^2}{R} - h_3 \right) \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{(h_3 + R)^2 (h_3 - R)^2 \left(\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi_{\max}}{2} + \frac{h_3 - R}{h_3 + R} \right)} \\
& \left. - \frac{\left(\frac{h_3^2}{R} - h_3 \right) \arctg \frac{(h_3 + R) \operatorname{tg} \frac{\varphi_{\max}}{2}}{\sqrt{h_3^2 - R^2}}}{(h_3 + R)(h_3 - R)^2 \sqrt{h_3^2 - R^2}} + \frac{\varphi_{\max}}{R^3} \right] \quad (15)
\end{aligned}$$

Para conseguir el resultado numérico de la Ec. (15) emplea las siguientes relaciones:

a) $h_3 = h - (p - R)$, siendo p la profundidad de la entalla (Figs. 1 y 2).

b) para los parámetros φ_{\max} , L_2 y L_1 :

De las Figs. 2 y 8:

$$\varphi_{\max} = \frac{\beta}{2} = \frac{180 - \alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2} \quad (16)$$

De la Fig. 8:

$$\begin{aligned}
\frac{L_3 - L_2}{R} = \operatorname{sen} \varphi_{\max} &= \frac{\frac{L}{2} - L_2}{R} = \operatorname{sen} \left(90 - \frac{\alpha}{2} \right) = \dots \\
\dots = \cos \frac{\alpha}{2} &\Rightarrow L_2 = \frac{L}{2} - R \cos \frac{\alpha}{2} \quad (17)
\end{aligned}$$

De las Figs. 2, 6 y 8:

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} \gamma = \frac{p - R + q}{L_2 - L_1} &= \operatorname{tg} \left(90 - \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{p - R + R \cos \varphi_{\max}}{L_2 - L_1} = \dots \\
\frac{p - R + R \cos \left(90 - \frac{\alpha}{2} \right)}{\frac{L}{2} - R \cos \frac{\alpha}{2} - L_1} &= \frac{p - R + R \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}{\frac{L}{2} - R \cos \frac{\alpha}{2} - L_1} \quad (18)
\end{aligned}$$

De la Ec. (18):

$$L_1 = \frac{L}{2} - R \cos \frac{\alpha}{2} - \left[p - R \left(1 - R \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (19)$$

Finalizado su extenso trabajo el alumno una importante vez más procede con rigor al evaluar por resultado numérico la Ec. (19) para la viga con entalla, comparando el re-

sultado con el que arroja la correcta conceptualmente y matemáticamente Ec. (9) de la viga sin entalla. Con este objetivo considera una viga sin entalla a la cual se le aplica una carga estática de 27,037 kgf y cuyas dimensiones son las siguientes: $b = 10$ mm, $h = 10$ mm y $L = 55$ mm.

De la Ec. (9) obtiene que la energía absorbida por la probeta sin entalla es igual a 0,076 kgf-mm. Para iguales dimensiones de la viga, pero con entalla de ángulo de abertura $\alpha = 45^\circ$, profundidad $p = 2$ mm y en su fondo radio de curvatura $R = 0,25$ mm, con la misma carga estática de 27,037 kgf la matemáticamente correcta, pero conceptualmente incorrecta Ec. (19) le indica que la energía absorbida es igual a 0,08 kgf-mm.

Ante este resultado (la probeta con entalla consume más energía que la probeta sin entalla), la intuitiva dubitación, generada por una formación no del todo deficiente, conduce al atribulado pupilo a evaluar la Ec. (19) elaborando el gráfico que se muestra en la Fig. 9.

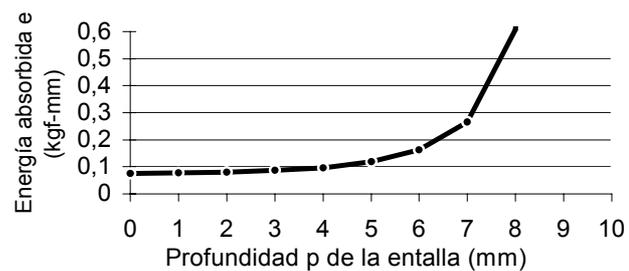


Fig. 9. Variación de la energía absorbida en dependencia de la profundidad de la entalla.

El bachiller corrobora definitivamente el desacierto de su ecuación al observar (Fig. 9) que si la profundidad p de la entalla crece, aumenta la energía consumida por la probeta, y que si esa profundidad es la máxima posible, entonces la energía absorbida por la probeta se hace infinita, lo cual, obviamente, debe calificarse como absurdo.

4 Discusión

Reflexiones acerca de la cultura llamada *occidental*, y periféricas, conducen a pensar que hoy por hoy las ramas de estudio orientadas a hallar satisfacción a las más básicas necesidades sentidas por humanos, son el derecho, la medicina y la ingeniería. Entre éstas la más exigida respecto a tener que cuantificar (medir en términos numéricos) el objeto del estudio, es la ingeniería. Esto tal vez se deba a que los errores de la ingeniería no pueden ser cargados con facilidad a los eventos naturales o del veleidoso comportamiento humano. El deber cuantificar estrechamente la ingeniería con la matemática. Esta unión determina que el estudiante de ingeniería y el ingeniero ocupado en la ciencia, deban dedicar gran parte de sus esfuerzos a incrementar sus conocimientos de la matemática. Con ello se adquiere capacidad para aprehender cuantitativamente más problemas de la ingeniería que se profesa, incluso en casos cuando el problema de ingeniería es percibido erróneamente. He aquí un aspecto del que se debe cuidar en el ámbito de la ingeniería el conocimiento de la matemática. Una erudición matemática y el constante trabajo con ecuaciones que - a fin de cuentas - generalmente son abstracciones del conjunto total de las realidades, pueden propiciar - si no se presta la debida vigilancia - el descuido del pilar fundamental para realizar los propósitos de la ingeniería: la observación deductiva de la realidad y sus condiciones. En circunstancias de tal descuido una ecuación pasa a tener mayor importancia como expresión matemática que como reflejo o intento de reflejo de una determinada observación de la realidad. En circunstancias de tal descuido la ecuación puede ser enseñada o aprendida sin consideración exhaustiva de las condiciones reales de su validez. En el ejemplo expuesto como objeto del presente trabajo, el alumno aplica la Ec.(3) tomando en cuenta la condición físico-matemática planteada por esa ecuación, de que el plano neutro debe pasar por el centro de cualquiera de los planos transversales de la viga y, además, tomando acertadamente en cuenta que para hacer uso de la Ec. (4) la viga debe ser referida a un sistema de coordenadas en el cual el eje x debe ser indefectiblemente recto; pero se descuida completamente una importante observación física asumida (quizás por el mismo Galileo) en la deducción de la Ec. (3), a saber, todos los

planos transversales de la viga deben permanecer perpendiculares al plano neutro. Esto no puede cumplirse si el plano neutro, pasando por el centro de cualquiera de los planos transversales, sigue la misma trayectoria no recta del perfil superior de la viga (Figs. 1 y 4). En otro aspecto, la solución conseguida por el alumno admitiendo la trayectoria citada del plano neutro, implica tratar el comportamiento mecánico de cada porción de la probeta con entalla en completa independencia de otras porciones suyas. Así resulta que la trayectoria del plano neutro en la zona debajo la entalla, no influye en la trayectoria de ese mismo plano en zonas fuera de la entalla, y viceversa. De este trato resulta obvio que - puesto que acorde con la Ec. (2) la energía crece con el aumento del esfuerzo σ_x y acorde con la Ec. (3) σ_x crece con la disminución del momento de inercia $I = bh^3/12$ - la energía absorbida por la viga con entalla resultará mayor que la absorbida por la viga sin entalla, pues en la zona debajo de la entalla disminuye h ; entonces deberá significativamente disminuir I , deberá aumentar σ_x y con ello deberá aumentar la energía absorbida. Lo absurdo de este resultado radica en que la energía absorbida, proporcional al esfuerzo y al volumen, no puede ser mayor en la viga de menor volumen y con menor capacidad de resistir esfuerzos: la viga con entalla.

5 Conclusiones

Resultan indiscutibles la conveniencia, necesidad y acierto de exponer y aprender ecuaciones con exhaustiva atención a las condiciones físicas de la validez de ellas. Esto es requisito elemental en toda actividad de enseñanza y aprendizaje donde el análisis es inseparable de la observación de realidades. La matemática, sola por sí misma, no supe ese requisito, pues su aplicación puede abstraerse de esas realidades.

Referencias

- Popov E, 2000, Introducción a la mecánica de sólidos, Segunda edición, Editorial Limusa.
- Stiopin PA, 1976, Resistencia de materiales, Editorial MIR, Moscú.