

Determinación de expresiones matemáticas para el cálculo de los esfuerzos aplicados a la estabilidad de taludes

Determination of mathematical expressions for calculating the stresses applied to slope stability

Belandria, Norly*; Ucar, Roberto y Bongiorno, Francisco

Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada. (GIGA), Escuela de Geológica, Facultad de Ingeniería,
Universidad de Los Andes, ULA. Mérida 5101. Venezuela.

*nbelandria@ula.ve

Resumen

El movimiento de masas en taludes naturales y excavados, es debido en gran parte a la acción de la gravedad, al efecto de la meteorización y a la acción de otros fenómenos naturales y ambientales, los cuales constituyen factores condicionantes y desencadenantes muy habituales en los materiales que conforman el talud, produciendo la aparición de inestabilidades al generarse una disminución progresiva de la resistencia al corte del suelo o macizo rocoso. El método analítico propuesto en el siguiente trabajo permite determinar en forma aproximada la distribución de los esfuerzos normales y tangenciales actuando sobre una superficie potencial de rotura plana, y por ende el factor de seguridad en taludes teniendo en cuenta las ecuaciones de equilibrio y mediante rotaciones de ejes para el caso bidimensional. Adicionalmente, el procedimiento desarrollado facilita una mejor interpretación de los resultados al expresar la distribución de tensiones en forma adimensional en taludes de cualquier inclinación. Asimismo, se determina el esfuerzo promedio empleando como base el teorema de la integral del valor medio y se realizan comparaciones con otros procedimientos desarrollados por otros investigadores con la finalidad de corroborar los resultados obtenidos a través de esta investigación. También la metodología desarrollada permite calcular los parámetros de corte instantáneos y compararlos con el programa de Roclab.

Palabras claves: Talud, superficie de rotura, geotecnia, rotura plana, factor de seguridad, programa Roclab.

Abstract

The mass movement in natural and excavated slopes, is due in large part to the action of gravity, the effect of weathering and the action of other natural and environmental factors, which compose very common conditional and triggering factors in the materials that make the slope, producing the appearance of instabilities by generating a progressive decrease of the endurance in the soil cut or the rock mass. The analytical method proposed in the following work allows determining, in an approximated way, the distribution of the regular and tangential stresses that are acting on a potential plane fault surface, and therefore the security factor in slopes taking in count the equations of balance and by using rotations of edges for the bi-dimensional case. Additionally, the developed procedure facilitates a better interpretation of the results when expressing the distribution of tensions in a dimensionless way in slopes of any inclination. Therefore, the average stress is determined by using as basis the integral theorem of the middle value and comparisons are made with different procedures developed by other investigators with the goal of corroborating the results obtained through this investigation. Also, the developed methodology allows calculating the instantaneous cut-off parameters and comparing them with the Roclab program.

Key words: Slope, fault surface, plane fault, safety factor, Roclab program.

1 Introducción

Como es bien conocido, el estudio de superficies po-

tenciales de falla en taludes, ha sido ampliamente investigado en el campo de la ingeniería geotécnica en función del estado de tensiones actuando sobre una predeterminada superficie de rotura. Chen, W. (1975) aplica el cálculo de va-

riaciones comparando roturas planas, parabólicas y espiral logarítmica. El método analítico propuesto en el siguiente trabajo permite determinar en forma aproximada la distribución de los esfuerzos normales y cortantes sobre una superficie potencial de rotura plana, teniendo en cuenta las ecuaciones de equilibrio para un talud donde se conoce la geometría en el cual se aplica el método de rotación de ejes, condiciones de bordes, para el caso bidimensional.

Además, el procedimiento desarrollado determina la distribución de tensiones para taludes de cualquier inclinación, expresado en forma adimensional, facilitando a la vez una mejor interpretación de los resultados. Luego, apoyándose en el criterio de rotura de Hoek y Brown se determinan valores de cohesión (C) y ángulo de fricción interna (ϕ). Asimismo, se tomaron expresiones expuesta en el libro de manual de anclajes, Ucar (2004) para el cálculo de parámetros importantes, que nos permiten comparar los resultados obtenidos con el método analítico y con otros métodos desarrollados por dicho autor con la finalidad de evaluar los resultados y validar el método propuesto.

2 Procedimiento metodológico

2.1 Definición de la matriz de rotación

Para la determinación de la ecuación de la distribución de los esfuerzos normales y cortantes (Eisenberg M, 1980) a lo largo de toda la superficie de rotura, para ello, a partir de un plano de coordenadas xy, se puede relacionar con otro plano $x'y'$, se debe definir la matriz de rotación (Apóstol, 1965), y de esta manera obtener la tensión normal y cortante actuando sobre un plano de inclinación α con respecto a la horizontal (fig 1), nótese que matriz de rotación \bar{R} , incluye los cosenos directores que nos relacionan ambos planos donde: la matriz de esfuerzos $\bar{\sigma}_{xy}$ es referida al plano xy, y la matriz de esfuerzos $\bar{\sigma}_{x'y'}$ es referida al nuevo sistema de coordenadas $x'y'$. En estas condiciones se tiene que:

$$\bar{\sigma}_{x'y'} = \bar{R} \bar{\sigma}_{xy} \bar{R}^T \tag{1}$$

Expandiendo la expresión anterior:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \tau_{x'y'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Resolviendo el sistema matricial se obtienen los esfuerzos normales y cortantes en el plano $x'y'$:

$$\sigma_{x'x'} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos(2\alpha) + 2\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha)\tau_{xy}$$

$$\sigma_{y'y'} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos(2\alpha) - 2\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha)\tau_{xy}$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{1}{2}(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})\text{sen}(2\alpha) + \tau_{xy}\cos(2\alpha) \tag{3}$$

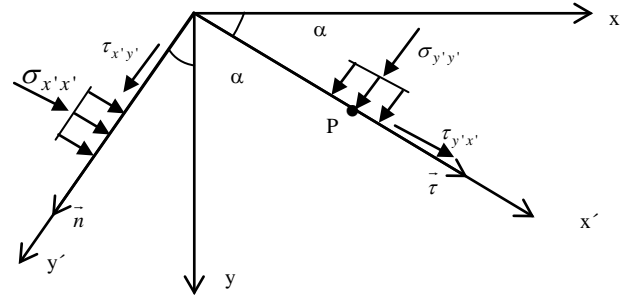


Fig. 1. Representación de la rotación de ejes con respecto al plano xy.

2.2 Determinación de la distribución de los esfuerzos para la superficie de rotura plana

Para determinar la distribución de los esfuerzos (Goncalves R, 1999) sobre la superficie de rotura plana, se analiza en primer lugar un talud con una inclinación (β) con respecto a la horizontal, en el cual se quiere obtener el estado tensional referido al nuevo sistema de ejes rotados $x'y'$, coincidiendo éste con la cara libre del talud, tal como se indica en la figura (2). Por otra parte, con la ayuda de las ecuaciones de equilibrio se obtienen los valores de las tensiones normales y cortantes. Previamente se consideran para efectos de simplificar el problema que el esfuerzo cortante es una función lineal de x' por considerarse rotura plana, así:

$$\tau_{x'y'} = ax' \tag{4}$$

De acuerdo a la figura (2), la ecuación de equilibrio puede expresarse como sigue:

$$\begin{aligned} \sum F_{x'} = 0 & \quad \frac{\partial \sigma_{x'x'}}{\partial x'} + \frac{\partial \tau_{y'x'}}{\partial y'} = \gamma \cos \beta \\ \sum F_{y'} = 0 & \quad \frac{\partial \sigma_{y'y'}}{\partial y'} + \frac{\partial \tau_{x'y'}}{\partial x'} = -\gamma \text{sen} \beta \\ \sum M_{x'} = 0 & \quad \tau_{y'x'} = \tau_{x'y'} \end{aligned} \tag{5}$$

Sustituyendo la expresión (4) en las ecuaciones de equilibrio, derivando y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{x'x'} &= \gamma \cos \beta x' \\ \sigma_{y'y'} &= (-\gamma \operatorname{sen} \beta - a) y' + b \\ \tau_{x'y'} &= ax' \end{aligned} \quad (6)$$

Donde γ representa el peso por unidad de volumen del material rocoso.

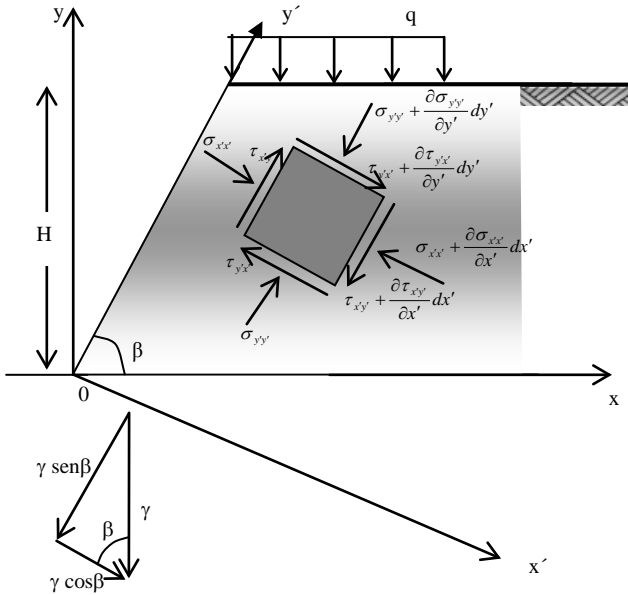


Fig. 2. Representación de la distribución de los esfuerzos para un talud inclinado, donde: H = altura del talud, q= sobrecarga, β = ángulo que forma la cara libre del talud con respecto a la horizontal

Para la transformación de las componentes de las tensiones en un talud inclinado, se rotan los ejes sobre el plano de falla, cuyo ángulo de inclinación se representa por medio de α . Cabe destacar, que las condiciones geométricas para que ocurra la rotura plana, es que el ángulo de inclinación del talud (β) debe ser mayor al ángulo de rotura (α) y a su vez este debe ser mayor que el ángulo de fricción interna (ϕ), tal como lo indica Hoek y Bray (1981). A continuación, se presenta en la figura (3) las dos rotaciones de ejes que deben realizarse para poder obtener los esfuerzos.

El primer plano pertenece al sistema de coordenadas $x'y'$ que se ajusta a la inclinación que presenta la cara libre del talud a estudiar y el segundo plano $x''y''$ a la superficie potencial de rotura, que para el caso estudiado es plana. Calculando la matriz de rotación:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\beta - \alpha) & \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \\ -\operatorname{sen}(\beta - \alpha) & \cos(\beta - \alpha) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{x''y''} = R \cdot \bar{\sigma}_{x'y'} \cdot R^T \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x''x''} & \tau_{x''y''} \\ \tau_{y''x''} & \sigma_{y''y''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta - \alpha) & \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \\ -\operatorname{sen}(\beta - \alpha) & \cos(\beta - \alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \tau_{x'y'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'y'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta - \alpha) & -\operatorname{sen}(\beta - \alpha) \\ \operatorname{sen}(\beta - \alpha) & \cos(\beta - \alpha) \end{bmatrix} \quad (9)$$

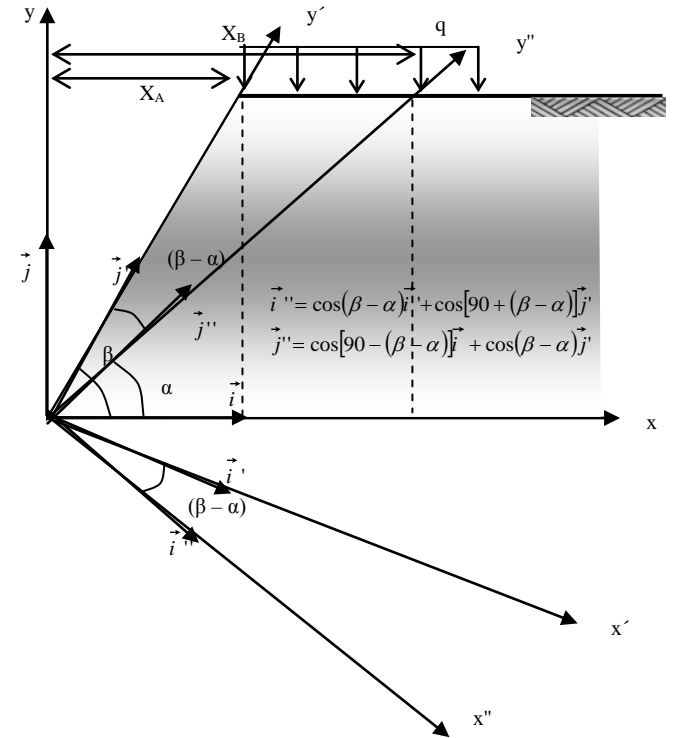


Fig. 3. Representación gráfica de la rotación de ejes, donde α = ángulo que forma la superficie de rotura con respecto a la horizontal

De resolver el sistema matricial anterior se obtiene:

$$\sigma_{x''x''} = \sigma_{x'x'} \cos^2(\beta - \alpha) + \sigma_{y'y'} \operatorname{sen}^2(\beta - \alpha) + 2\tau_{x'y'} \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha) \quad (10)$$

$$\tau_{x''y''} = \left[\sigma_{y'y'} - \sigma_{x'x'} \right] \frac{\operatorname{sen}[2(\beta - \alpha)]}{2} + \tau_{x'y'} \cos[2(\beta - \alpha)] \quad (11)$$

$$\sigma_{y''y''} = \sigma_{x'x'} \operatorname{sen}^2(\beta - \alpha) + \sigma_{y'y'} \cos^2(\beta - \alpha) - 2\tau_{x'y'} \cos(\beta - \alpha) \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \quad (12)$$

Adicionalmente, utilizando la ecuación (10) junto con las ecuaciones de equilibrio (6) se obtiene la expresión del esfuerzo normal adimensional resultando:

$$\frac{\sigma_{nn}}{\gamma H} = \frac{x}{H} (\operatorname{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \cdot [\cos \beta \cos^2 (\beta - \alpha) + \bar{a} \operatorname{sen} [2(\beta - \alpha)]] \quad (13)$$

$$+ \left[\bar{b} - \frac{x}{H} (\operatorname{sen} \beta + \bar{a}) (\cos \beta + \tan \alpha \operatorname{sen} \beta) \right] \operatorname{sen}^2 (\beta - \alpha)$$

Asimismo, calculando la expresión del esfuerzo cortante a través de la ecuación (13), utilizando las ecuaciones de equilibrio (6) resulta:

$$\frac{\tau_{nt}}{\gamma H} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{H} (\operatorname{sen} \beta + \bar{a}) (\cos \beta + \tan \alpha \operatorname{sen} \beta) + \frac{1}{2} \cdot \bar{b} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{H} \cos \beta (\operatorname{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \quad (14)$$

$$\operatorname{sen} [2(\beta - \alpha)] + \frac{x}{H} \bar{a} (\operatorname{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \cos [2(\beta - \alpha)]$$

2.3 Cálculo de la constante de integración a y b

Las constantes a y b se calculan teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{xy} = R \cdot \sigma_{x'y'} \cdot R \quad (15)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{y'y'} \operatorname{sen}^2 \beta + \sigma_{x'x'} \cos^2 \beta - 2\tau_{x'y'} \operatorname{sen} \beta \cos \beta \quad (16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_{y'y'} - \sigma_{x'x'}) \operatorname{sen} 2\beta - \tau_{x'y'} \cos 2\beta \quad (17)$$

Por otra parte, las condiciones de borde en la cresta del talud son:

$$\sigma_{yy} \Big|_{y=H} = q \quad (18)$$

Es decir,

$$\int_{X_A}^{X_B} \sigma_{yy} dx \Rightarrow qH (\cot \beta - \cot \alpha) \quad (19)$$

$$\int_{X_A}^{X_B} \tau_{xy} dx = 0 \quad \therefore y = H \quad (20)$$

Donde q es una carga externa uniformemente distribuida sobre la cresta del talud o sobrecarga.

Al reemplazar σ_{yy} (ecuación 16) y τ_{xy} (ecuación 17) en las ecuaciones anteriores se obtienen las siguientes expresiones:

$$\bar{a} = \frac{(\bar{q} - \xi_1) 2 \cos \beta - \mu_1 \operatorname{sen} \beta}{(\psi_1 2 \cos \beta + \theta_1 \operatorname{sen} \beta)} \quad \text{y} \quad \bar{b} = \frac{\bar{q} - \xi_1 - \bar{a} \psi_1}{\operatorname{sen}^2 \beta} \quad (21)$$

donde:

$$\theta_1 = (3 \cos^2 \beta - 1) [(\cot \alpha + \cot \beta) \operatorname{sen} \beta - 2 \cos \beta] + 2H \cos \beta$$

$$\mu_1 = \cos \beta \operatorname{sen} 2\beta [(\cot \alpha + \cot \beta) \operatorname{sen} \beta - 2 \cos \beta] + \operatorname{sen} 2\beta$$

$$\psi_1 = \left[\frac{3}{2} \operatorname{sen} 2\beta \cos \beta - \operatorname{sen} \beta - \frac{3}{4} (\cot \alpha + \cot \beta) \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{sen} \beta \right]$$

$$\xi_1 = \left[\frac{1}{4} (\cot \alpha + \cot \beta) \operatorname{sen} 2\beta \cos 2\beta - \cos^2 \beta \cos 2\beta - \operatorname{sen}^2 \beta \right]$$

2.4 Estimación del valor medio de los esfuerzos normal y cortante para un talud inclinado

Con el propósito de comprobar los resultados al utilizar las fórmulas halladas para un talud inclinado con superficie potencial de rotura plana, Ucar (2004) mediante un ejemplo práctico determina la bien conocida altura crítica de un talud vertical, cuyo mínimo factor de seguridad es igual a uno.

Adicionalmente se observa que la expresión obtenida del esfuerzo varía en cada punto de "x" se procede a realizar la integral del valor medio para la ecuación (13) perteneciente al esfuerzo normal adimensional. La expresión a utilizar para la integración es la siguiente (Tejerizo M., 1965):

$$\frac{\sigma_{nm(prom)}}{\gamma H} = \frac{1}{X_B - X_A} \int_{X_A}^{X_B} \sigma_{nm}(x) dx \quad (22)$$

Integrando dicha expresión se obtiene el esfuerzo normal promedio, como sigue:

$$\frac{\sigma_{m(prom)}}{\gamma H} = \frac{1}{2} (\cot \beta + \cot \alpha) (\operatorname{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \cdot [\cos \beta \cos^2 (\beta - \alpha) + \bar{a} \operatorname{sen} [2(\beta - \alpha)]] - \frac{1}{2} (\cot \beta - \cot \alpha) (\operatorname{sen} \beta + \bar{a}) (\cos \beta + \tan \alpha \operatorname{sen} \beta) \cdot \operatorname{sen}^2 (\beta - \alpha) + \bar{b} \operatorname{sen}^2 (\beta - \alpha) \quad (23)$$

Siguiendo el mismo procedimiento se determina el esfuerzo de cortante promedio utilizando la ecuación (14) obteniéndose:

$$\frac{\tau_{nt(prom)}}{\gamma H} = -\frac{1}{4}(\cot \beta + \cot \alpha)(\text{sen} \beta + \bar{a})(\cos \beta + \tan \alpha \text{sen} \beta) \cdot \text{sen}[2(\beta - \alpha)] - \frac{\cos \beta}{4}(\cot \beta + \cot \alpha) \cdot (\text{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \text{sen}[2(\beta - \alpha)] + \frac{\bar{a}}{2}(\cot \beta + \cot \alpha) \cdot (\text{sen} \beta - \tan \alpha \cos \beta) \cos[2(\beta - \alpha)] + \frac{\bar{b}}{2} \text{sen}[2(\beta - \alpha)] \quad (24)$$

Considerando los esfuerzos promedios determinados en las ecuaciones (23) y (24) y teniendo en cuenta además que el valor de la cohesión ($C=40,00 \text{ kN/m}^2$), peso específico ($\gamma=20,00 \text{ kN/m}^3$) y el ángulo de falla ($\alpha=60^\circ$), la altura crítica obtenida es de $H_c=13,85 \text{ m}$.

Cabe destacar que el valor del ángulo del talud (β) para este caso investigado es de 90° . Con estos valores se procede a determinar el factor de seguridad por medio de la expresión:

$$FS = \frac{C / (\gamma H) + \sigma_{nn} / (\gamma H) \cdot \tan(\phi)}{\tau_{nt} / (\gamma H)} \quad (25)$$

El valor calculado para el esfuerzo normal con los valores dados es $\sigma_{nn} / \gamma H = 0,125$, y el valor para el esfuerzo de cizalla es $\tau_{nt} / \gamma H = 0,217$, introduciendo todos los valores en la ecuación de factor de seguridad se obtiene que $FS = 1$. Esto indica que la expresión hallada en este trabajo de los esfuerzos normal y tangencial donde se obtiene valores en cada punto de la superficie de falla cumple con las condiciones, validando las expresiones obtenidas.

3 Discusión y resultados

Para el mejor manejo de las ecuaciones plasmadas en la investigación, se realizan dos ejemplos de aplicación las cuales reflejan la aplicación de las expresiones determinadas en la investigación.

3.1 Ejemplo de aplicación 1

A continuación se comparan los resultados con el problema descrito en el Manual de Anclajes en Ingeniería Civil, Ucar (2004), mediante el método de cálculo de variaciones, en el cual se quiere equiparar con el método analítico determinado en la investigación. Los datos a utilizar son los siguientes: altura del talud (H) = 6,00 m, cohesión (C) = 20,00 kN/m^2 , ángulo de fricción interna (ϕ) = 22,60, peso específico Del material (γ) = 20,00 kN/m^3 , factor de seguridad (FS) = 1, ángulo de rotura $\alpha = (45 + \phi / 2) = 56,3^\circ$.

Ucar, (2004) analizó la estabilidad del talud aplicando la

técnica del cálculo de variaciones, dividiéndolo en cuatro rebanadas (fig. 4), determinando los esfuerzos normales en el punto medio de cada tajada. Los resultados se observan en tabla (1), como sigue:

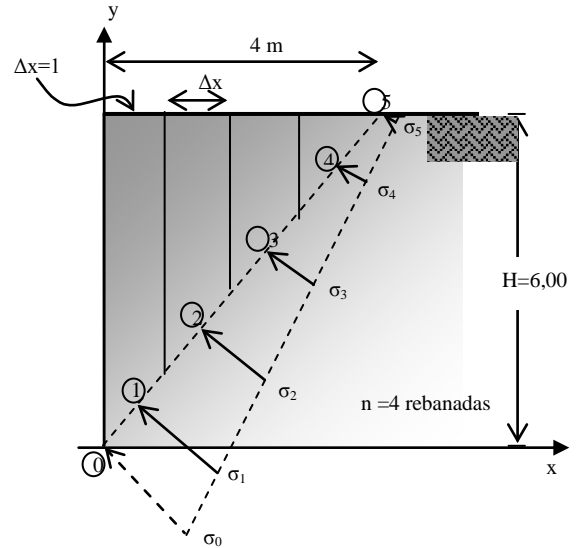


Fig. 4. Muestra un talud aplicando el método de estabilidad de taludes por medio del cálculo de variaciones

Tabla 1. Valores de los esfuerzos normales expresados en forma adimensional usando cálculo de variaciones

Punto	x (m)	y (m)	σ_i (kN/m ²)	$\sigma_{nn}/\gamma H$
0 (pie)	0,00	0,00	$\sigma_0 = 38,00$	0,32
1	0,50	0,75	$\sigma_1 = 32,41$	0,27
2	1,50	2,25	$\sigma_2 = 21,90$	0,18
3	2,50	3,75	$\sigma_3 = 12,72$	0,11
4	3,50	5,25	$\sigma_4 = 4,72$	0,04
5 (cresta)	4,00	6,00	$\sigma_5 = 1,59$	0,01

Luego considerando los mismos datos, se aplican las ecuaciones del método analítico investigado para el caso de la superficie de rotura plana, empleando los mismos valores de x e y. Los valores obtenidos para los esfuerzos normales y cortantes, expresados en forma adimensional en términos de γH , están expuesto en la tabla (2).

Tabla 2. Valores obtenidos por el método analítico de los esfuerzos normales y cortantes expresados se forma adimensional

x/H	$\tau_{nt}/\gamma H$	$\sigma_{nn}/\gamma H$
0,00	0,46	0,31
0,08	0,40	0,27
0,25	0,29	0,19
0,42	0,17	0,12
0,58	0,06	0,04
0,67	0,00	0,00

Adicionalmente, también se determinó el factor de seguridad $FS = 0,999$ y el valor promedio del esfuerzo normal y cortante, utilizando las ecuaciones (23) y (24) es:

$$\left(\frac{\sigma_{nn}}{\gamma H} \right)_{promedio} = 0,1539 \quad y \quad \left(\frac{\tau_{nt}}{\gamma H} \right)_{promedio} = 0,2308$$

Ahora se procede a comparar los dos métodos mediante la tabla siguiente:

Tabla 3. Comparación de los valores obtenidos de la distribución de los esfuerzos normales por el método de cálculo de variaciones y el método analítico

x(m)	Cálculo de variaciones	Método Analítico
	$\sigma_{nn}/\gamma H$	$\sigma_{nn}/\gamma H$
0,00	0,32	0,31
0,50	0,27	0,27
1,50	0,18	0,19
2,50	0,11	0,12
3,50	0,04	0,04
4,00	0,01	0,00

Los valores obtenidos son muy parecidos al comparar ambos métodos, y por tanto es recomendable la aplicación de dichos procedimientos.

3.2 Ejemplo de aplicación 2

Considérese un talud con las siguientes características: Índice de resistencia de la roca (GSI) = 38 constante del material para una roca intacta del criterio de Hoek y Brown $m_i = 12,00$, resistencia a la compresión simple de la roca (σ_c) = 15, 00 MPa., peso específico del material (γ) = 0,024 MPa., altura del talud (H) = 40,00 m., ángulo de buzamiento de la cara libre del talud con respecto a la horizontal (β) = 90°, ángulo del plano de rotura con respecto a la horizontal (α) = 75°, factor de perturbación de la roca (D) = 0.

Donde se determinan m_b y s que son constantes de los macizos rocosos hallados por el programa de RocLab tal como se observa en la figura (5).

$$m_b = m_i \exp\left[\frac{GSI-100}{28}\right] = 12 \cdot e^{-2.214} = 1,31$$

$$s = \exp\left[\frac{GSI-100}{9}\right] = e^{-6.89} = 0,001018$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_c} = \frac{1}{m} \left\{ \frac{m}{4} \left(\frac{1}{\sin\phi} - 1 \right)^2 - s \right\}$$

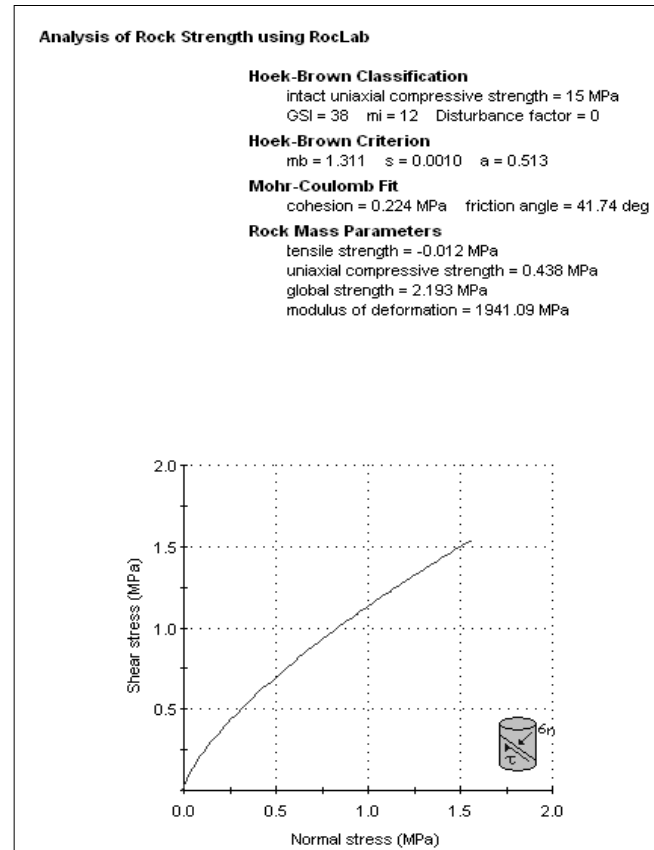


Fig. 5. Criterio de rotura de Hoek – Brown utilizando el programa de RocLab, los cuales requiere de datos de entrada: el Índice de resistencia de la roca, la resistencia a la compresión simple de la roca, la constante del material para una roca intacta del criterio de Hoek y Brown cuyo dato está tabulado, y el factor de perturbación de la roca

Utilizando las ecuaciones del valor promedio (23) y (24), se obtiene:

$$\left(\frac{\sigma_{nn}}{\gamma H} \right)_{promedio} = 0,034 \quad y \quad \left(\frac{\tau_{nt}}{\gamma H} \right)_{promedio} = 0,125$$

Las ecuaciones que permiten determinar el ángulo de fricción interna y la cohesión, (Ucar, 2004):

$$\lambda = \frac{8}{m^2} \left[m \left(\frac{\sigma_{nn}}{\sigma_c} \right) + s \right] + \frac{3}{2}$$

$$\sin\phi_i = \frac{\lambda}{3} \left\{ 2 \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(1 - \frac{27}{4\lambda^3} \right) + 240^\circ \right] + 1 \right\}$$

$$\tau_{nt} = c + \sigma_{nn} \tan\phi$$

Y la altura del talud se determina para ambos métodos aplicando la ecuación:

$$H = \left(\frac{4C}{\gamma} \right) \tan \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

Finalmente, la comparación del método analítico determinado con respecto al software RocLab (los cuales se observan en la figura 5) están representados en la tabla 4.

Tabla 4. Compara los valores obtenidos con el método analítico propuesto y el programa de Roclab

	Plana	Roclab
$\sigma_{nn}/\gamma H$ (prom)	0,034	
$\tau_{nt}/\gamma H$ (prom)	0,125	
c (cohesión) MPa	0,053	0,224
ϕ	63,9°	41,7°
H (altura) m	38,10	83,26

4 Conclusiones

En el presente estudio se concluye que es fundamental determinar, con la mayor precisión posible, el campo de esfuerzos que actúa sobre el macizo rocoso. En el caso que se requiera analizar la estabilidad de un talud en particular, es necesario conocer previamente el intervalo de tensiones normales σ_{nn} , o expresado en forma adimensional $\sigma_{nn} / \gamma H$ en los puntos extremos de la superficie potencial de falla, es decir en la cresta y en el pie del talud.

De acuerdo a los resultados obtenidos la tensión o esfuerzo normal varía notablemente en función de la inclinación del talud, como la del plano potencial de falla. Además se determinó una expresión que permite hallar la distribución de los esfuerzos en cualquier punto de la superficie de rotura, lo cual es importante al momento de estabilizar un talud.

Finalmente, se llevó a cabo la comparación de los métodos investigados obteniéndose un valor promedio de los esfuerzos normales y cortantes obteniéndose los parámetros C y ϕ y con el programa de Roclab los parámetros de corte. Se observa, al comparar los obtenidos con el programa Roclab, que el valor de la cohesión está elevado en comparación con los otros métodos cuyas diferencias son pequeñas, también el resultado del ángulo de fricción interna es menor con una diferencia aproximada a 22°, por último al comparar la altura crítica se obtiene que la mayor diferencia se encuentra con los resultados del programa Roclab cuyo valor se duplicaron respecto a la rotura plana que presenta la mejor aproximación.

Referencias

- Apóstol T, 1965, Matemática básica para ingenieros, Editorial reveseté S.A, Volumen I, Barcelona, pp. 575.
- Chen W, 1975, Limit Analysis and Solid Plasticity. Editorial Elsevier. New York, pp. 638.
- Eisenberg M, 1980, Introduction to the mechanics of solids, University of Florida, Canada, Addison – Wesley Publishing Company, pp. 1-74.
- Goncalves R, 1999, Introducción al análisis de esfuerzo, Universidad Simón Bolívar Caracas Venezuela. Industria Gráfica Integral C.A. pp. 1-93.
- Hoek E y Bray J, 1981, Rock Slope Engineering, The Institution of Mining and Metallurgy, London, pp. 358.
- Hoek y Brown failure criterion 2002 edition. [Programa en línea libre] de la World Wide Web. Se encuentra en: <http://www.roscience.com/products/RocLab.asp>. Fecha de consulta: 20 de febrero del 2008
- Tejerizo M, 1965, Ampliación de Matemáticas para Técnicos. Editorial S.A.E.T.A. Madrid, pp. 770.
- Ucar R, 2004, Manual de Anclajes en Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Madrid, España, pp. 53 – 275.

Recibido: 18 de marzo de 2010

Revisado: 30 de marzo de 2011

