

Influencia de la rugosidad, relación de aspecto y número de Reynolds en los esfuerzos cortantes

Roughness, aspect ratio and Reynolds number influence on shear stress distribution

M. L. Olivero *, J. Aguirre
Laboratorio de Hidráulica, CHIDRA
Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes.
Mérida 5101, Venezuela
*marial@ing.ula.ve

Resumen

Se establece la distribución del esfuerzo cortante en las paredes y en el fondo de canales rectangulares lisos. Se analiza y contrasta con información experimental disponible en la bibliografía, tanto para canales lisos como para ductos lisos. Se establece la similitud existente entre el flujo a superficie libre y el flujo en ductos no presurizados. Además se trata de determinar la influencia de la relación de aspecto en la distribución de esfuerzos cortantes en los contornos. Se encuentran relaciones funcionales de la distribución del esfuerzo cortante en función de la relación de aspecto. Se analiza el esfuerzo cortante medio de pared y fondo adimensionalizado con la profundidad y con el radio hidráulico. Se obtienen las respectivas relaciones funcionales. Las ecuaciones de ajuste obtenidas son satisfactorias como lo indica el grado de correlación obtenido.

Palabras clave: Canales, esfuerzo cortante, distribución del esfuerzo cortante, relación de aspecto, esfuerzo cortante adimensional, fricción de contorno, distribución de la fricción, esfuerzo cortante de pared y fondo.

Abstract

In this paper, shear distribution at the walls and at the bottom of rectangular channels are established. Available experimental data are compared with empirical relationships. Similitude between free surface flow and flow and flow under pressure in close conduit has been obtained. The influence of the aspect ratio on shear distribution at solid boundaries has been found. Empirical equations for the prediction of shear distribution have been analysed and compared. They exhibit a good correlation.

Key words: Open channel, shear stress, shear stress distribution, aspect ratio, dimensionless shear stress, friction at contours, friction distribution, shear stress at the walls and at the bed.

1 Introducción

El concepto de esfuerzo cortante, introducido por Du Boys, puede ser empleado en el diseño de canales en suelos erosionables así como en otros diseños hidráulicos. Sin embargo, la distribución del esfuerzo cortante a lo largo del perímetro del canal no es uniforme y la estabilidad de la sección depende del esfuerzo cortante local. Por esta razón es importante conocer la distribución del esfuerzo cortante con el fin de abordar problemas relacionados con la resistencia, sedimentos, dispersión o problemas de cavitación. Con relación a este tema una revisión bibliográfica detallada fue presentada por Olivero et. al (1998), realizando su análisis abordando el problema presentando el esfuerzo cortante local

como una fracción del esfuerzo cortante total en función de la relación de aspecto B/y , donde B es el ancho del canal e y es la profundidad.

2 Procedimiento experimental y bancos de datos utilizados

2.1 Procedimiento experimental

Ducto de aire: se puede pensar que el flujo de un líquido, a superficie libre, en un canal rectangular, ofrece características de similitud con el flujo en un conducto cerrado de la misma anchura y de dos veces la profundidad del líquido en el canal, conservando las condiciones de simetría.

La superficie libre, en el canal, tiene su contraparte en el plano de simetría del ducto cerrado, en el cual el esfuerzo cortante es nulo.

Para obtener información experimental sobre distribuciones de velocidades y esfuerzos se trabajó en un ducto de aire de sección transversal rectangular de ancho B correspondiente a 0.80 m y altura 2 , y correspondiente a 0.20 m y longitud de 10 m, en el cual el control del flujo se ubica en el sector de aguas arriba mediante una compuerta regulable.

La sección de mediciones fue ubicada aguas abajo, donde había completo desarrollo de la capa límite.

El esfuerzo cortante fue determinado a partir de la medición de los perfiles de velocidad determinados por la medición de 297 datos en cada sección.

Canal experimental: también se presentan los datos obtenidos en canales torrenciales de alta pendiente variable entre 0.01 y 0.03, con fondos de gravas con diámetros entre 1.1 cm y 2.35 cm y relaciones de profundidad a tamaño de rugosidad entre 1.25 y 12.12.

2.2 Bancos de datos utilizados

Adicionalmente, en la contrastación de los esfuerzos cortantes, se consideró el banco de datos de Knight y Patel (1985) quienes trabajaron en un ducto liso de sección transversal variable y longitud de 9.25 m.

Como base de datos de los canales se usaron los bancos de datos de Knight y Demetriou (1984) y los de Rajaratnam y Muralidhar (1969), quienes realizaron mediciones en canales lisos de anchura B y profundidad y .

Igualmente se usaron los bancos de datos de correspondientes a fondos rugosos y paredes lisas presentados por Knight (1981) y Ghosh y Roy (1972), quienes trabajaron con canales con rugosidades artificiales.

Knight (1981) quien trabajó con pendiente de 9.58×10^{-4} y rugosidad relativa entre 10.25 y 102.5 y Ghosh y Roy (1972), quienes trabajaron con pendientes entre 3.15×10^{-3} y 4.35×10^{-3} y rugosidades relativas entre 16.9 y 61.1.

3 Resultados

3.1 Relación entre el esfuerzo cortante medio de pared y de fondo

Rajaratnam y Muralidhar (1969) encuentran posible establecer una relación entre el esfuerzo cortante de pared y el del fondo como una función de la relación de aspecto B/y , sin embargo no lo presentan en su estudio.

En la Fig. 1, del presente estudio se presenta la relación entre el esfuerzo cortante de la pared τ_p y el esfuerzo cortante del fondo τ_f en función de la relación de aspecto, para canales y ductos lisos. Se observa que todos los datos se pueden representar por una curva dada por:

$$\frac{\tau_p}{\tau_f} = 1.079 - 0.149 \ln \frac{B}{y} \quad (1)$$

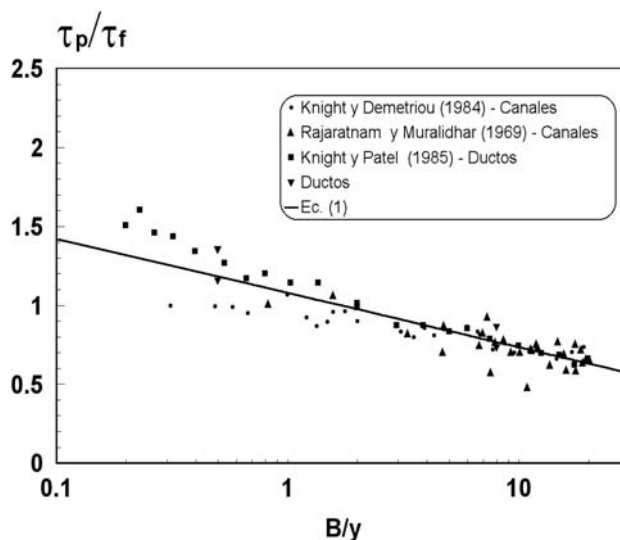


Fig. 1. Relación de los esfuerzos medios de pared y de fondo para ductos y canales lisos

Se evidencia que la relación de aspecto determina la relación entre esfuerzos cortantes de pared y fondo tanto en canales abiertos como en ductos cerrados, en forma similar.

En la Fig. 2. se presenta la misma relación para canales rugosos, observándose que los datos experimentales se ubican por debajo de la relación encontrada para canales lisos.

3.2 Relación entre los esfuerzos cortantes medios de pared y de fondo y el esfuerzo cortante medio

La concepción de modelos para estimar el esfuerzo cortante de fondo y de pared requiere el planteamiento de hipótesis básicas. Así, se debe tener en cuenta que el esfuerzo cortante medio del canal se relaciona con el esfuerzo cortante de fondo y de la pared distribuidos proporcionalmente sobre el perímetro mojado respectivo.

En las Figs. 3 y 4 se presenta la relación entre el esfuerzo de pared y el del fondo, propuesta, respecto al valor medio τ del flujo para el caso de canales y ductos. Se encuentra que las curvas de mejor ajuste son

$$\frac{\tau_p}{\tau} = 1.001 \exp\left(-0.023 \frac{B}{y}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\tau_f}{\tau} = 1.061 \exp\left(-0.094 \frac{y}{B}\right) \quad (3)$$

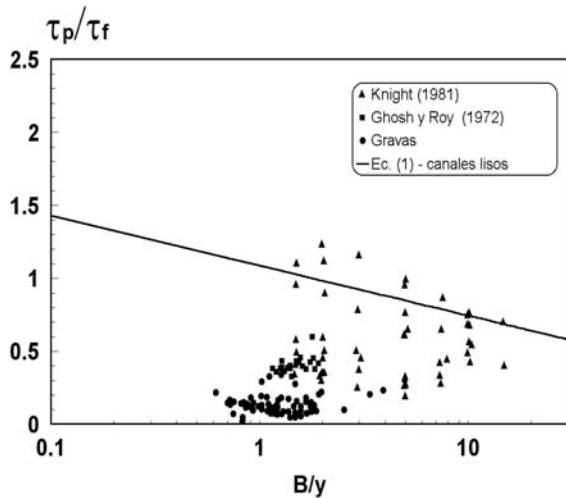


Fig. 2. Relación de los esfuerzos medios de pared y de fondo para canales rugosos

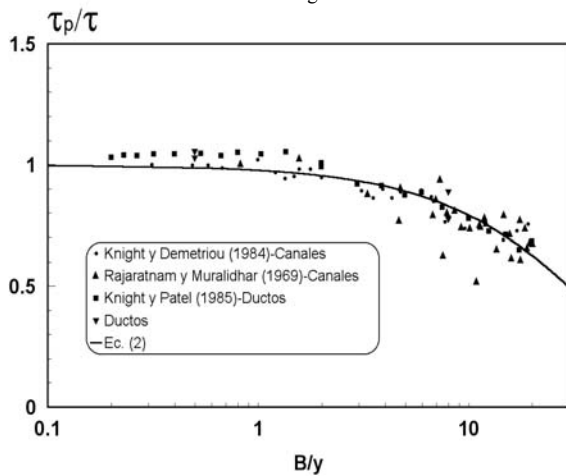


Fig. 3. Relación del esfuerzo medio de pared y el del flujo para canales y ductos lisos

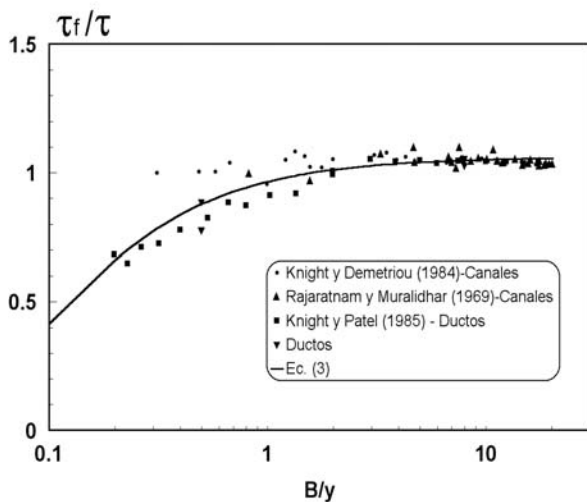


Fig. 4. Relación del esfuerzo medio de fondo y el del flujo para canales y ductos lisos

De la observación de estas figuras se evidencia que τ_p se aproxima al valor de τ para relaciones B/y menores que aproximadamente 2 y que τ_f se aproxima a τ para relaciones B/y mayores que aproximadamente 2. Es también de resaltar que, nuevamente, los esfuerzos cortantes en ductos cerrados y canales abiertos de geometría similar presentan distribución de esfuerzos, entre pared y fondo, semejante, aún cuando se observa mayor dispersión en los puntos experimentales correspondientes a canales abiertos. La relación de aspecto determina claramente la relación de esfuerzos cortantes en ductos cerrados y en canales abiertos.

3.3 Distribución del esfuerzo cortante en canales lisos

Diferentes autores han expresado la distribución del esfuerzo cortante a través de la definición de la fuerza de corte SF del canal y las correspondientes SF_p y SF_f para la pared y fondo respectivamente, en función de la relación de aspecto B/y . Knight y Demetriou (1984), basados en análisis previo de Knight (1981), propusieron expresiones para la distribución del esfuerzo cortante como $\% SF_p = e^{-\alpha}$, donde $\% SF_p$ es el porcentaje de fuerza de corte correspondiente a la pared y α un coeficiente, y obtuvieron expresiones que se ajustaban a su base de datos. Estas expresiones empíricas expresan la relación del esfuerzo cortante de pared o fondo en relación con la fuerza de corte de pared en función de la relación de aspecto B/y .

Al incorporar las bases de datos correspondientes a ductos y canales lisos de otros autores se evidencia que las ecuaciones anteriores están limitadas al campo de trabajo de Knight y Demetriou.

Alternativamente, en este trabajo se ofrecen las Figs. 5 y 6 que presentan el esfuerzo cortante de pared y fondo, adimensionalizados con el esfuerzo calculado por $\gamma y S$, mediante curvas logarítmicas de ajuste con buen grado de correlación, donde γ es el peso específico y S la pendiente de fondo del canal.

$$\frac{\tau_p}{\gamma y S} = 0.364 + 0.120 \ln \frac{B}{y} \quad (4)$$

$$\frac{\tau_f}{\gamma y S} = 0.342 + 0.229 \ln \frac{B}{y} \quad (5)$$

De la Fig. 5 se observa que los datos experimentales correspondientes al esfuerzo cortante de pared, adimensionalizado con la profundidad, se ubican por debajo de la curva de ajuste para valores de B/y menores que 1 y mayores que 10, y por encima de la curva de ajuste para valores de B/y entre 1 y 10.

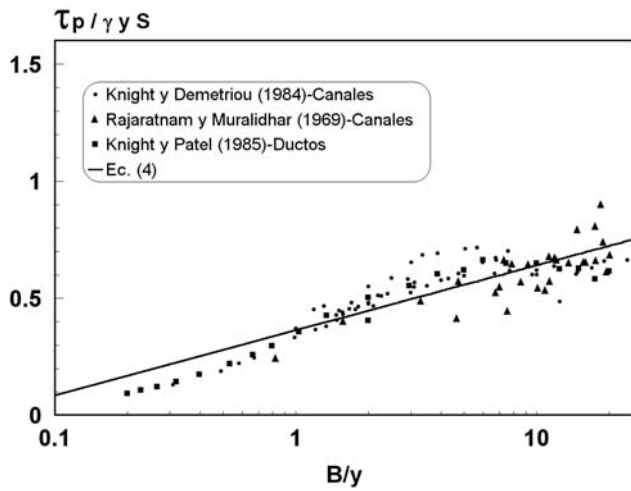


Fig. 5. Esfuerzo de pared adimensionalizado con la profundidad para canales y ductos

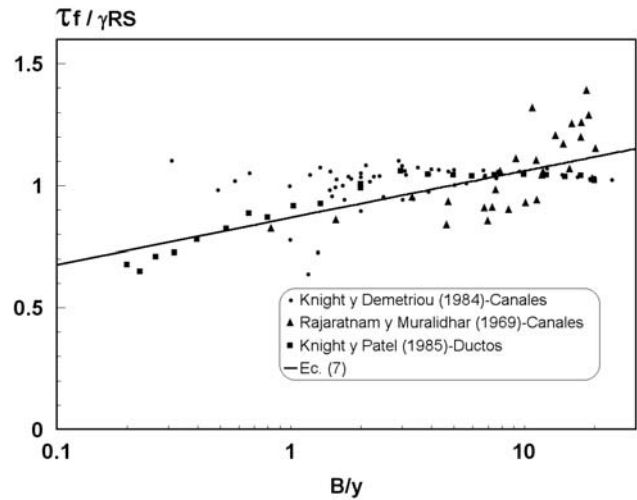


Fig. 8. Esfuerzo de pared adimensionalizado con el radio hidráulico para canales y ductos

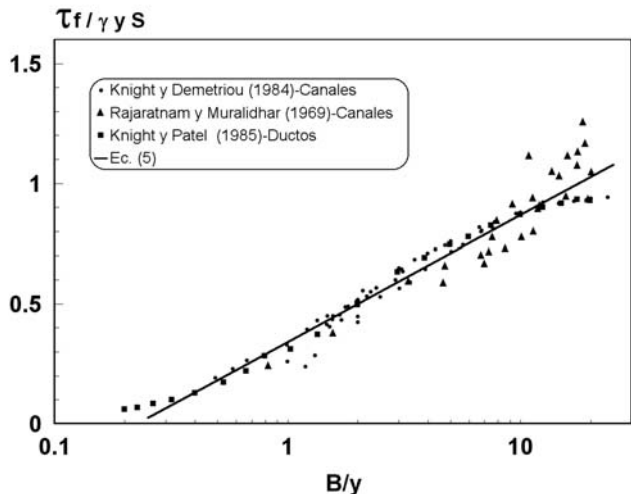


Fig. 6. Esfuerzo de fondo adimensionalizado con la profundidad para canales y ductos

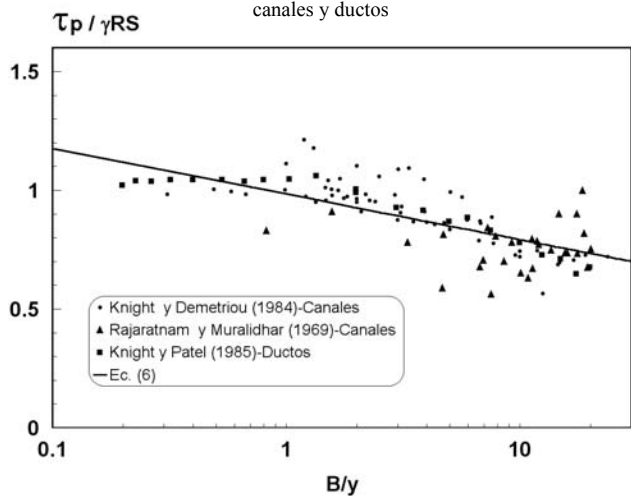


Fig. 7. Esfuerzo de pared adimensionalizado con el radio hidráulico para canales y ductos

En la Fig. 6 se observa que los datos experimentales del esfuerzo cortante de fondo adimensionalizado con la profundidad, producen dos colas que parecieran tender a 0 al principio y a 1 al final, lo que es cónsono con la condición de esfuerzo cortante de fondo nulo para relaciones de aspectos que tiendan a cero. Para relaciones de aspecto superiores a 20 el esfuerzo cortante de fondo igualaría la condición de bidimensionalidad.

También en las Figs. 7 y 8 se presenta el esfuerzo cortante de fondo y de pared, adimensionalizado con el esfuerzo cortante medio dado por γRS , donde R es el radio hidráulico del canal. Aquí se ofrecen sus correspondientes ecuaciones logarítmicas

$$\frac{\tau_p}{\gamma RS} = 0.985 - 0.083 \ln \frac{B}{y} \tag{6}$$

$$\frac{\tau_f}{\gamma RS} = 0.868 + 0.083 \ln \frac{B}{y} \tag{7}$$

De las Ecs. (6) y (7), también se evidencia que el esfuerzo cortante de pared se hace igual que el esfuerzo cortante de fondo para una relación de aspecto de $B/y = 2$.

3.4 Esfuerzo en canales con fondo rugoso y paredes lisas

En las Figs. 9 y 10 se presenta el esfuerzo cortante de fondo y pared adimensionalizado con $\gamma y S$, y en las Figs. 11 y 12 adimensionalizado con γRS con bases de datos correspondientes a fondos rugosos y paredes lisas, presentados por Knight (1981) y Ghosh y Roy (1972) y los canales de alta pendiente con fondos de gravas.

A estas figuras se han incorporado las ecuaciones correspondientes previamente obtenidas para canales lisos, evidenciándose que corresponden a una curva superior, en el caso del esfuerzo cortante de pared y a una inferior en el caso de esfuerzo cortante de fondo. Se presenta alta dispersión en los datos de los canales de fondo rugoso y observándose que parecieran ajustarse a familias de funciones de acuerdo con la rugosidad. Esta tendencia pareciera estar presente con ambas adimensionalizaciones.

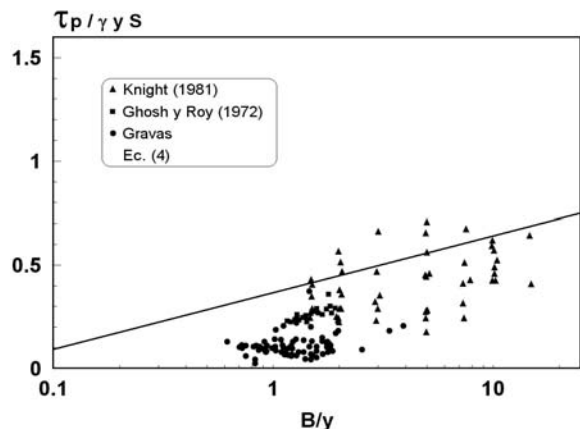


Fig. 9. Esfuerzo de pared adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas

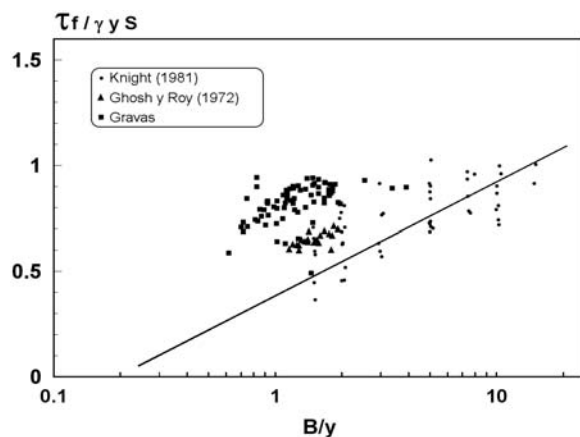


Fig. 10. Esfuerzo de fondo adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas

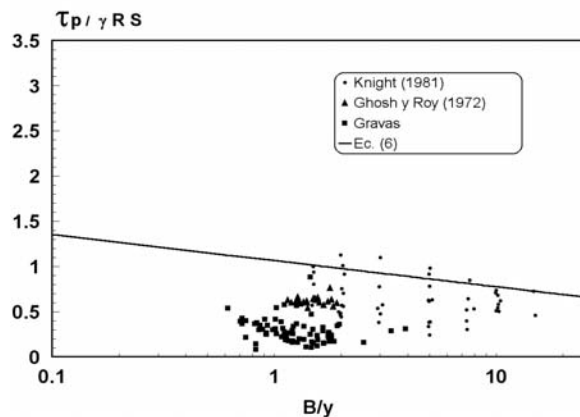


Fig. 11. Esfuerzo de pared adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas

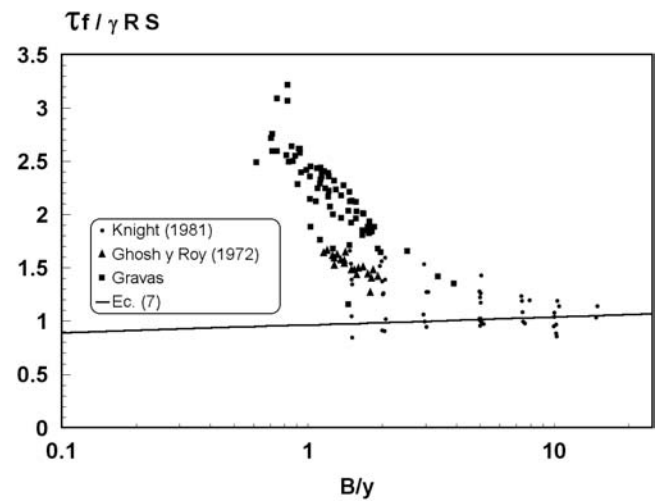


Fig. 12. Esfuerzo de fondo adimensionalizado, fondo rugoso y paredes lisas

3.5 Relación entre el esfuerzo cortante de fondo y pared y el número de Reynolds

Para determinar la influencia del número de Reynolds en la relación del esfuerzo cortante se consideran los esfuerzos cortantes para relaciones de aspecto dadas y canales lisos. En las Figs. 13 y 14 se presenta la relación de los esfuerzos cortantes en función del número de Reynolds para relaciones de aspectos $B/y=0.50$ y $B/y=8$, evidenciándose que son independientes del número de Reynolds. Es claro, en el campo de número de Reynolds estudiados, que éste no ejerce influencia apreciable sobre la relación de esfuerzos cortantes.

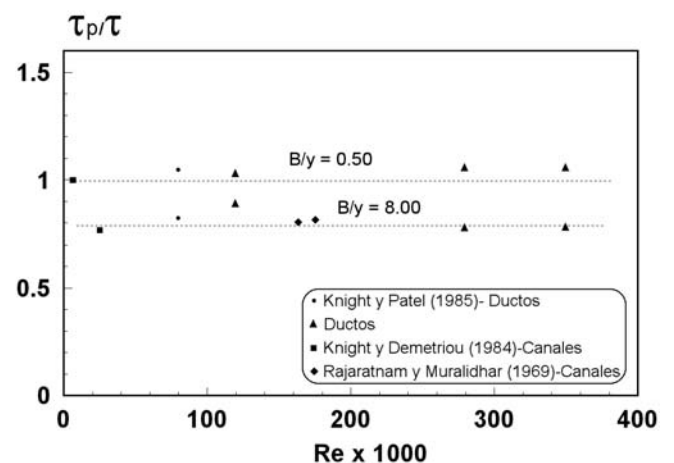


Fig. 13. Esfuerzo cortante de pared y el medio en función del número de Reynolds

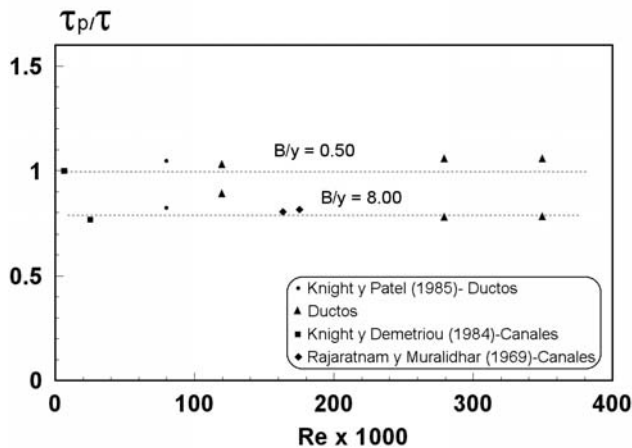


Fig. 14. Esfuerzo cortante de fondo y el medio en función del número de Reynolds

4 Conclusiones

A efecto de establecer la distribución del esfuerzo cortante en las paredes y en el fondo de canales rectangulares lisos, se ha analizado información experimental propia complementada con otra disponible en la bibliografía tanto para canales lisos como para ductos lisos. Se establece la similitud existente entre el flujo a superficie libre y el flujo en ductos no presurizados. En el caso de los canales con fondos rugosos y paredes lisas no se observa una tendencia clara que permita el ajuste adecuado.

Se analiza la relación existente entre el esfuerzo cortante de pared y de fondo en función del esfuerzo cortante medio y se obtienen expresiones exponenciales, con grados de correlación superiores a 0.9. Se obtienen los ajustes de las Ecs. (2) y (3) en función de la relación de aspecto B/y .

Se encuentran funciones experimentales para todo el campo experimental existente, alternativas a las de Knight (1981) y Knight y Demetriou (1984), las cuales están expresadas en forma logarítmica por las Ecs. (4), (5), (6) y (7) con grados de correlación superiores a 0.8, tanto para

canales como para ductos rectangulares lisos y cuyo rango de aplicación corresponde a $0.2 < B/y < 20$.

En el rango estudiado, para números de Reynolds entre 2×10^4 y 35×10^4 , no se observa ninguna variación en la relación de esfuerzos cortantes, si se mantiene la relación de aspecto constante. Ello indica que el número de Reynolds en el rango analizado, no es determinante en la distribución de los esfuerzos.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes por el financiamiento a través del Proyecto I-563-96-02-B.

Referencias

- Ghosh SN y Roy N, 1972, Boundary shear distribution in channels with varying bed roughness, *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, Vol 53, Paper 7572, pp. 529-544, London-England.
- Knight DW, 1981, Boundary shear in smooth and rough channels, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, No. HY6, Proc. Paper 16364, pp. 839-852.
- Knight DW y Demetriou J, 1984, Boundary shear in smooth rectangular channels, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 110, Proc. Paper 18744, pp. 405-422.
- Knight DW y Patel J, 1985, Boundary shear in smooth rectangular ducts, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 111, Proc. Paper 19408, pp. 29-47.
- Olivero ML, Aguirre J y León A (1998) "Esfuerzos cortantes en ductos y canales lisos", Publicado en los *Anales de Ingeniería Mecánica, Revista de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica*, Año 12, Vol. 1 diciembre, pp. 612-617.
- Rajaratnam N y Muralidhar D, 1969, Boundary shear distribution in rectangular open channels, *La Houille Blanche*, No. 6, pp. 603-609.