

# Efecto de la granulometría en el transporte de sedimentos

## Effect of the granulometry on sediment transport

J. Aguirre-Pe\*, A. T. Moncada y M. L. Olivero

Laboratorio de Hidráulica, CHIDRA, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes. Mérida. Venezuela

\*aguirrej@ing.ula.ve

M. A. Ochoa

Estudiante de Maestría en Obras Hidráulicas

Laboratorio de Hidráulica, CHIDRA, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes. Mérida. Venezuela

### Resumen

*En este trabajo se calibra la función de transporte de sedimentos en función del número de Froude densimétrico de las partículas, para un conjunto de 46 experimentos realizados con grava de diámetro medio  $D_{50} = 0.0071$  m. Se aplica la función obtenida a la condición ideal de diámetro uniforme y se encuentra el error, relativamente moderado, respecto a las mediciones de transporte. Luego se divide el sedimento transportado en fracciones de diámetros característicos  $D_i$  y se consideran diversas metodologías para calcular el transporte de sedimentos. Resulta que todas ellas arrojan estimaciones con grandes errores respecto a los valores medidos, pero si la corrección por exposición y escondimiento de Karim (1998) se aplica a la relación de transporte calibrada se encuentra que el error de cálculo, con el diámetro  $D_{50}$  único, disminuye apreciablemente. Se recomienda así, dividir el sedimento acarreado en fracciones y determinar el transporte de cada fracción. De esta manera el error medio de la estimación de transporte se reduce del 184% con diámetro  $D_{50}$  a 102% con los diámetros correspondientes a las distintas fracciones.*

**Palabras claves:** Froude densimétrico, transporte de material, función de transporte.

### Abstract

*In this work the sediment transport in function of the densimetric Froude number is calibrated. The study is based on a 46 experiments set realized with gravel of average diameter  $D_{50} = 0,0071$  m. The obtained function is applied to the ideal condition of uniform diameter finding relatively moderate error compared with the transport measurements. Then the transported sediment is divided in fractions of characteristic diameters  $D_i$  and diverse methodologies to calculate the sediment transport are applied. As a result, all of them compared with the measured values produce great error estimations, but if the Karim exposition and hiding correction (1998) is applied to the calibrated transport ratio the calculating error found, with the unique diameter  $D_{50}$ , diminishes appreciably. It is recommended thus, to divide the sediment carried in fractions and to determine the transport of each fraction. This way the average error on transport estimation is reduced from 184% for diameter  $D_{50}$  to 102% for the diameters corresponding to the different fractions.*

**Key words:** Densimetric Froude, material transport, transport function.

### 1 Introducción

El transporte de sedimentos en un canal de alta pendiente,  $S > 0.01$  y gran rugosidad  $d/D_{50} < 10$ , donde  $d$  es la profundidad media y  $D_{50}$  el diámetro medio de las partículas sueltas que constituyen el lecho, se puede expresar, según Aguirre-Pe et al. (2000), por

$$\Phi^* = aS^{1/2}C^{*-4}F^{*m} \quad (1)$$

donde  $a$  y  $m$  son constantes que dependen de la intensidad

del flujo,  $S$  es la pendiente y  $\Phi^*$  es una función de transporte adimensional, conocida como parámetro de transporte de Einstein, dada por

$$\Phi^* = \frac{q_s}{\sqrt{gD_{50}^3\Delta}} \quad (2)$$

donde  $q_s$  es el transporte de sedimentos en volumen por unidad de anchura,  $g$  es la aceleración de gravedad y  $\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho$ , en la cual  $\rho_s$  es la densidad del sedimento y  $\rho$  es

la densidad del agua. La variable  $C^*$  corresponde al coeficiente adimensional de Chézy dado como

$$C^* = \frac{U}{\sqrt{g S r_b}} \quad (3)$$

en la cual  $U$  es la velocidad media del flujo y  $r_b$  es el radio hidráulico correspondiente a las rugosidades del fondo. La variable  $F^*$ , denominada número de Froude densimétrico de las partículas, se expresa como

$$F^* = \frac{U}{\sqrt{g \Delta D_{50}}} \quad (4)$$

Para estimar el transporte de fracciones del sedimento acarreado, es necesario tomar en consideración la interacción entre las partículas de diferentes tamaños. Las partículas más grandes están más expuestas al flujo y, por tanto, sobre ellas actuarán fuerzas mayores que sobre las partículas menores, las cuales se esconden o están al abrigo de las partículas grandes y medias.

Se han propuesto diversas metodologías para tomar en cuenta los fenómenos de exposición y escondimiento de las partículas de un flujo de sólidos no homogéneos. Patel y Ranga Raju (1996) propusieron un método que, como los demás, divide el material de fondo de tal manera que se formen  $n$  fracciones, cada una en proporción  $i$  para un diámetro correspondiente denominado  $D_i$ . La información permite determinar un coeficiente de uniformidad para obtener el esfuerzo cortante crítico de la partícula de tamaño medio. Se calculan expresiones de uniformidad en función del coeficiente de uniformidad. Se obtiene el coeficiente  $n'$  de Manning para los granos y se determinan factores de corrección de exposición y abrigo que permiten obtener los parámetros para determinar el transporte  $\Phi_i^*$  correspondiente a la proporción de transporte de partículas de tamaño  $D_i$ . Este procedimiento se emplea regularmente en la determinación del transporte por fracciones, pero trabaja con factores que son exclusivos para la función de transporte de Patel y Ranga Raju (1996).

## 2 Transporte de sedimentos por fracciones

Según Karim (1998), el material que transporta un río es usualmente más fino que el material madre constitutivo de la capa superficial del lecho. Algunas ecuaciones de transporte por fracciones aplican las relaciones funcionales para cada  $D_i$ , según la proporción  $i$ , y luego suman el transporte de las fracciones. Pero se desconoce la precisión de estas distribuciones, ya que el fraccionamiento del material transportado, que en principio es diferente que el del material del lecho, tampoco es conocido. Las evaluaciones de las diferentes funciones de transporte se hacen principalmente comparando las descargas totales de sedimentos.

Karim se propuso calcular la descarga de sedimentos para cada función. Primero hizo las estimaciones de descarga única y total empleando el  $D_{50}$ . Luego, aplicó las ecuaciones considerando la distribución del sedimento en varias fracciones de tamaños. Karim primero desarrolló una relación funcional para el transporte de sedimentos uniformes dada por

$$\Phi^* = \frac{q_s}{\sqrt{g \Delta D_{50}^3}} = 0.00139 F^{*2.97} \left( \frac{u_*}{w} \right) \quad (5)$$

en la cual  $F^*$  es el número de Froude densimétrico de las partículas,  $u_*$  es la velocidad de corte en el lecho y  $w$  es la velocidad de caída de las partículas de diámetro  $D_{50}$ . Esta relación de Karim (1998) ha sido validada con mediciones en ríos y canales, algunas propias de Karim y otras disponibles en la literatura.

El desarrollo analítico del transporte por fracciones supone un transporte  $q_{si}$  de la fracción  $i$  como

$$q_{si} = q_s (D_i) \alpha_i \quad (6)$$

$$q_{st} = \sum_{i=1}^n q_{si} = \sum q_s (D_i) \alpha_i \quad (7)$$

donde  $\alpha_i$  es un factor de ponderación de la fracción  $i$ , y  $q_s(D_i)$  se obtiene de la Ec. (5), en la cual  $D_{50}$  se substituye por  $D_i$  y la velocidad de caída  $w$  se substituye por  $w_i$  como velocidad de caída de la fracción. En algunas ocasiones se aproxima la relación  $\alpha_i = P_i$ , donde  $P_i$  es la fracción volumétrica del material del lecho correspondiente al tamaño  $D_i$ . Esta aproximación generalmente sobrestima la carga total de sedimentos  $q_{st}$  y resulta en un ajuste impreciso de la distribución de tamaños del material transportado. Para subsanar esta deficiencia se propone una expresión para  $\alpha_i$  que considera la interacción entre diferentes tamaños de fracciones. Las fuerzas que arrancan una partícula del lecho deben ser proporcionales a las áreas proyectadas de las partículas expuestas al flujo. Según este argumento,  $\alpha_i$  debe ser proporcional a  $P_{ai}$  que es la fracción de área superficial cubierta por partículas de la fracción  $i$  y de tamaño  $D_i$ . Si se considera la unidad de volumen del material de fondo, la fracción volumétrica  $P_i$  puede convertirse en una fracción de área  $P_{ai}$ , según la expresión

$$P_{ai} = \frac{\frac{P_i}{D_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{P_i}{D_i}} \quad (8)$$

En una mezcla de sedimentos el material más fino, si no se produce acorazamiento, puede quedar cubierto y

entrapado por el material grueso y, por consiguiente, el transporte de material fino es menor que el de un sedimento uniforme del mismo tamaño. Con base en este razonamiento  $\alpha_i$  debería ser proporcional a  $(Q/D_{50})^{c_2}$ , donde  $c_2$  es un coeficiente a ser determinado. El efecto de abrigo, de las partículas menores por las mayores, se indica con  $\eta$  (factor de abrigo), definido como

$$\eta = c_1 \left( \frac{D_i}{D_{50}} \right)^{c_2} \quad (9)$$

Considerando que  $c_1$  y  $c_2$  se pueden expresar como funciones de las variables del flujo  $u_*$  y  $w$ , Karim (1998) encontró, con los datos experimentales de Einstein y Chien para los cuales  $D_{50}$  variaba entre 0.12 y 0.52 mm, que

$$c_1 = 1.15 \left( \frac{w}{u_*} \right) \quad (10)$$

$$c_2 = 0.60 \left( \frac{w}{u_*} \right) \quad (11)$$

Si el lecho se acoraza parcialmente, se limita el transporte por falta de disponibilidad de material en la superficie acorazada. Por ello, Karim (1998) propuso multiplicar cada transporte parcial por un factor  $\delta$  que representa la fracción de área no acorazada.

La fracción de área cubierta acorazada  $A_a$  se da como

$$A_a = 1.90(\ell - \lambda) d_s \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{D_i} \quad (12)$$

donde  $\lambda$  es la porosidad del lecho de sedimentos,  $d_s$  es la profundidad de erosión en el lecho y  $\ell$  es un índice para el tamaño de sedimento que permanece inmóvil según el criterio de Shields. El valor medio de la profundidad de erosión de equilibrio fue aproximadamente igual al  $D_{\max}$  de los sedimentos de todas las fracciones de tamaños. Este valor de  $d_s = D_{\max}$  se explica en el resto del análisis. Así el factor de transporte parcial  $\delta$  se puede expresar como

$$\delta = 1 - A_a \quad (13)$$

es decir

$$\delta = 1 - 1.90(\ell - \lambda) D_{\max} \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{D_i} \quad (14)$$

Para arenas, generalmente no hay acorazamiento y por consiguiente se obtienen los valores típicos simplificados  $A_a = 0$ ,  $\delta = 1$ . Es dudoso que en los acorazamientos móviles descritos por Parker y Sutherland (1990) se pueda aplicar el

concepto de transporte parcial. EL factor de ponderación, de acuerdo con la discusión previa, puede expresarse como

$$\alpha_i = P_{ai} \eta \quad (15)$$

donde  $P_{ai}$  está dada por la Ec. (8) y  $\eta$  de la Ec. (9) en las cuales,  $P_{ai}$  es la fracción de área del material del lecho de la fracción de tamaño  $i$ ésima,  $\eta$  es el factor de abrigo y,  $c_1$  y  $c_2$  están dadas por las Ecs. (10) y (11), respectivamente.

Si se incorporan los factores obtenidos a la Ec. (5), se puede explicitar el transporte para la fracción  $i$ ésima  $q_{si}$ , el cual puede escribirse como

$$q_{si} = 0.00139 \sqrt{g \Delta D_{50}^3} F_*^{2.97} \left( \frac{u_*}{w_i} \right)^{1.47} P_{ai} \eta \quad (16)$$

Karim (1998) obtuvo buena concordancia entre los valores de descarga de sedimentos calculados y medidos, excepto en el río Sacramento, USA. Una observación de gran interés es que la relación dada por la Ec. (5) predice el transporte total de sedimentos con casi la misma precisión que la aproximación más compleja dada por la Ec. (16), la cual sin embargo permite predecir el transporte de las diversas fracciones. Se puede verificar que la relación de área  $P_{ai}$  tiene un efecto mayor en el ajuste de la distribución del material transportado mientras que el factor de abrigo influye en el ajuste de la distribución de tamaños, así como en la descarga total de sedimentos. Karim (1998) afirmó que la Ec. (5) es aplicable a canales y ríos con lecho de arena o grava y en flujo subcrítico o supercrítico con coeficiente de gradación hasta de  $\sigma_g = 9.0$ .

En el presente trabajo se trata de determinar si los coeficientes de corrección son aplicables a lechos de grava y si los coeficientes de corrección son aplicables a otras funciones de transporte de sedimentos.

Se abordan estas dos cuestiones, aplicando los correctores de Karim (1998) a un flujo recirculante en un canal con lecho de grava, y considerando la Ec. (1) como relación funcional que rige el transporte de sólidos.

### 3 Estudio experimental

El equipo principal estaba constituido por un canal de pendiente variable de 8.00 m de longitud, 0.50 m de anchura y 0.50 m de altura. La distancia entre los ejes basculantes es de 6.80 m. El canal se alimenta desde un tanque de cabecera, el cual proporciona el flujo del sistema de recirculación. El agua del canal se recibe en un recipiente de 3.2 m de largo, 0.53 m de ancho y 0.55 m de profundidad, en cuya sección extrema de aguas abajo se ubica un vertedero rectangular que permite el aforo de caudales.

El sistema de recirculación de agua y sedimentos, incorpora una bomba hidráulica de 3 HP con un diámetro de descarga de 5.0 cm. La bomba permite un flujo de agua y

barro con partículas sólidas de hasta 12.5 mm. Al final de la sección se ubicó la trampa de sedimentos, la cual constaba de una canaleta transversal de 10 cm de ancho por 10 cm de altura, en cuyo extremo estaba ubicado el tubo de succión hacia la bomba.

Los experimentos iniciales se realizaron para las pendientes más bajas. Se establecía una pendiente y se abría gradualmente la llave de alimentación. Cuando se notaba que algunas partículas empezaban a vibrar se le aumentaba ligeramente el caudal de agua. Una vez alcanzado el flujo uniforme se comenzaba a recoger el material del lecho transportado. El sedimento captado se tamizaba para determinar el transporte de cada una de las fracciones. Para la pendiente dada se repetían los experimentos aumentando cada vez más el caudal volumétrico de sedimentos.

Luego, se hizo variar la pendiente en el rango  $0.01 < S < 0.04$  y se repitió el proceso, hasta llegar a un total de 46 experimentos de los cuales se marcaron los 7 valores extremos. Los datos experimentales y las variables de cálculo se presentan en la Tabla 1.

#### 4 Calibración de la función de transporte

Se consideró la Ec. (1), la cual está exenta de los efectos aleatorios que introducen los parámetros críticos. Ella se confrontó con el banco de datos experimentales dados por los 46 experimentos y se obtuvo que los coeficientes de calibración para los ensayos efectuados son  $a = 0.0077$  y  $m = 7.5$  para los cuales se obtiene un error medio adimensional del 184% con todos los datos y del 59% si se descartan los 7 valores extremos. Este resultado es promisorio, pues los mejores estimadores de transporte muestran errores generalmente mayores que el 100%. En la Fig. 1, se presentan los valores experimentales de transporte y la función de mejor ajuste obtenida a partir de la Ec. (1). La nueva relación funcional se expresa, entonces, para el diámetro  $D_{50}$ , como

$$\Phi^* = 0.0077 \left( \frac{S^{1/2}}{C^{*4}} \right) F^{*7.5} \tag{17}$$

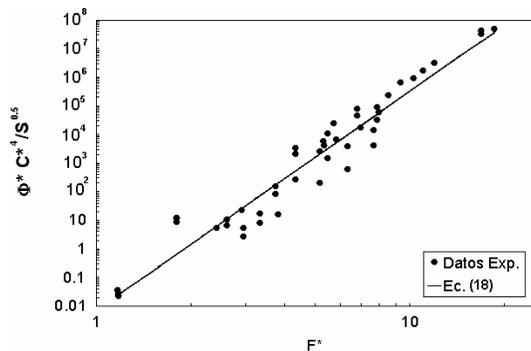


Fig. 1. Función de Transporte Experimental, según la Ec. (17)

Se considera la Ec. (17) y se afecta con los coeficientes de corrección de Karim (1998), tal que la estimación del transporte por fracciones permita comparar los acarreo

calculados para un diámetro único (Ec. (17)) con el acarreo dado por la sumatoria de transportes parciales según la relación

$$\Phi^* = \sum_{i=1}^n 0.0077 \left( \frac{S^{1/2}}{C^{*4}} \right) F^{*7.5} P_{ai} \eta \tag{18}$$

en la cual  $P_{ai}$  y  $\eta$  tienen los significados previamente discutidos. La aplicación de la Ec. (18) permite obtener mayor precisión en la estimación del caudal total, como se aprecia en la Tabla 1, en la cual el error medio baja de 184% a 102%, tomando en cuenta los 46 experimentos, y de 63% a 59% si se excluyen los experimentos extremos marcados con \* en la Tabla 1

Tabla 1. Disminución del error de transporte por fracciones

| No. Muestra | q <sub>s</sub> medido | Laboratorio D <sub>50</sub> Error (%) | Laboratorio Fracciones Error (%) |
|-------------|-----------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1           | 2,478E-09             | 31,86                                 | 35,69                            |
| 2           | 3,025E-09             | 8,00                                  | 47,33                            |
| 3           | 4,256E-09             | 24,17                                 | 63,39                            |
| 4*          | 9,783E-09             | 941,11                                | 445,03                           |
| 5*          | 1,955E-08             | 421,07                                | 172,79                           |
| 6           | 8,894E-08             | 13,30                                 | 41,47                            |
| 7*          | 5,082E-08             | 744,96                                | 250,27                           |
| 8           | 1,056E-07             | 306,64                                | 68,57                            |
| 9*          | 4,447E-08             | 1030,85                               | 375,35                           |
| 10          | 1,067E-06             | 117,20                                | 6,45                             |
| 11*         | 1,652E-07             | 1303,43                               | 587,85                           |
| 12          | 4,836E-06             | 59,69                                 | 83,16                            |
| 13          | 2,044E-06             | 105,78                                | 9,47                             |
| 14          | 1,516E-05             | 72,26                                 | 87,80                            |
| 15          | 1,806E-05             | 62,11                                 | 27,25                            |
| 16          | 2,492E-05             | 76,80                                 | 81,46                            |
| 17          | 4,090E-05             | 85,87                                 | 88,71                            |
| 18          | 5,192E-05             | 74,95                                 | 88,60                            |
| 19          | 1,162E-05             | 28,30                                 | 62,81                            |
| 20          | 1,474E-05             | 30,96                                 | 40,19                            |
| 21          | 3,977E-05             | 51,46                                 | 77,83                            |
| 22          | 6,208E-05             | 66,29                                 | 65,60                            |
| 23          | 8,935E-05             | 51,02                                 | 47,16                            |
| 24          | 7,029E-05             | 37,74                                 | 32,83                            |
| 25          | 1,230E-04             | 67,32                                 | 86,51                            |
| 26          | 7,552E-08             | 91,03                                 | 91,37                            |
| 27          | 1,011E-07             | 93,30                                 | 93,55                            |
| 28          | 1,106E-07             | 93,92                                 | 94,22                            |
| 29          | 1,048E-07             | 3,14                                  | 56,59                            |
| 30          | 6,613E-08             | 63,42                                 | 31,23                            |
| 31          | 6,563E-08             | 14,86                                 | 52,57                            |
| 32          | 5,407E-07             | 7,77                                  | 55,54                            |
| 33          | 2,925E-07             | 99,21                                 | 17,81                            |
| 34          | 3,812E-07             | 80,49                                 | 21,50                            |
| 35*         | 2,724E-07             | 817,55                                | 284,35                           |
| 36          | 3,277E-06             | 23,74                                 | 68,05                            |
| 37          | 4,663E-06             | 44,75                                 | 77,09                            |
| 38          | 3,075E-06             | 147,66                                | 3,86                             |
| 39*         | 8,894E-07             | 756,20                                | 259,05                           |
| 40          | 7,137E-06             | 1,72                                  | 59,38                            |
| 41          | 4,008E-05             | 67,48                                 | 83,81                            |
| 42          | 6,909E-05             | 81,13                                 | 90,61                            |
| 43          | 1,225E-04             | 83,05                                 | 84,28                            |
| 44          | 3,608E-05             | 17,27                                 | 54,61                            |
| 45          | 1,553E-04             | 65,16                                 | 63,90                            |
| 46          | 5,336E-05             | 8,43                                  | 24,56                            |
|             |                       | 184,23                                | 101,77                           |

## 5 Conclusiones

Se ha obtenido una ecuación de transporte de sedimentos por el fondo, basada en el número de Froude densimétrico de la partícula que ajusta muy bien a un banco de datos experimental para el cual los coeficientes de la ecuación de transporte son  $a = 0.0077$  y  $m = 7.5$  cuando se usa el  $D_{50}$  como diámetro significativo de sedimento. La ecuación obtenida se afecta por el factor de abrigo y el factor de ponderación de volúmenes que previamente había sido propuesto por Karim para ser empleados en su función de transporte. El factor de abrigo y el factor de ponderación mejoran notablemente la aproximación del transporte calculado con un diámetro medio  $D_{50}$  y permite indicar que la distribución del material transportado en fracciones proporciona una estimación más cercana a los valores medidos. En consecuencia, para pendientes pronunciadas y bajas profundidades relativas, con lechos de grava, exentos de formas de fondo, se recomienda emplear la Ec. (17) para estimar el transporte con un diámetro medio único o la Ec. (18) para afinar la predicción mediante el tratamiento de las

fracciones que constituyen la carga de sedimentos.

## 6 Reconocimiento

Se agradece el apoyo del CDCHT de la Universidad de los Andes por su apoyo financiero, a través de los Proyectos I-567-97-02-B e I-596-98-02-E.

## 7 Referencias

- Aguirre-Pe, J., Olivero, M.L. y Moncada, A.T., (2000). "Transporte de Sedimentos en Cauces de Alta Pendiente", Ingeniería del Agua, Vol. VII, No.4, pp.353-365.
- Karim, F., (1998). "Bed Discharge Prediction for Nonuniform Bed Sediments", Journal of Hydraulic Engineering, Vol.124, No.6, ASCE, pp.597-604.
- Patel, P.L. y Ranga Raju, G.K., (1996). "Fractionwise Calculation of Bed Load Transport", Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.36, pp.363-379.
- Parker, G. y Sutherland, A.J., (1990). "Fluvial Armor", Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol.28, No.5, pp.529-544.