

Disipador radial imperfecto

Imperfect radial dissipator

A. T. Moncada M.*, J. Aguirre-Pe y M. L. Olivero N
Laboratorio de Hidráulica. Centro de Investigaciones Hidráulicas
y Mecánica de Fluidos (CHIDRA). Facultad de Ingeniería, ULA,
Mérida 5101, Venezuela
* alix@ing.ula.ve;

Resumen

En el pasado se ha estudiado el resalto hidráulico circular libre producido por la desviación axisimétrica de un chorro circular que incide normalmente sobre una superficie plana y lisa. Se ha encontrado la relación de profundidades secuentes, en función del número de Froude del flujo deflectado y de la altura de una pantalla de retención que determina la formación del resalto. También se conocen las relaciones funcionales que permiten obtener la disipación de energía. En este trabajo, se presenta un estudio teórico y experimental sobre un disipador hidráulico circular imperfecto que se genera para alturas elevadas de la pantalla de retención y pequeños radios de ubicación, con los cuales el resalto pierde las características de flujo uniforme en las secciones de aguas arriba y de aguas abajo. Se desarrolla una ecuación general que permite predecir la profundidad adimensional de sumersión en función de cinco parámetros. También se obtiene una ecuación para calcular la disipación de energía relativa que se produce en un resalto hidráulico circular imperfecto. Se ofrecen experimentos de laboratorio propios, para verificar la aplicabilidad del análisis teórico y para comparar las ecuaciones obtenidas, que rigen el flujo, con los respectivos banco de datos experimentales. Se obtienen, numéricamente, los valores empíricos que ajustan los coeficientes en las ecuaciones básicas del fenómeno.

Palabras claves: disipación de energía, resalto radial, profundidades secuentes, disipación radial de energía

Abstract

In the past, the hydraulic circular jump formed by the defection of a jet on a perpendicular plane has been studied. Functional relationships for the sequent depth as a function of the Froude Number of the deflected jet and of the height of the retention wall have obtained. The dissipation of energy has also been found. In this paper, a theoretical and experimental study on an imperfect circular jump is studied. This jump is formed for small radii and high heights of the retention walls. For these conditions, the upstream and downstream flows are not uniform anymore. A theoretical general equation, that allows to predict the dimensionless submergence depth as a function of five different parameters, was developed. An additional relationship to calculate the dissipation of energy, in the circular imperfect hydraulic jump, was obtained. Results of laboratory experiments, to verify the applicability of the theoretical analysis, are given. Coefficients that satisfy the fundamental equations are numerical obtained.

Key words: energy dissipation, hydraulic jump, sequent depth, radial energy dissipation

1 Introducción y propósito

Un chorro vertical de agua que golpea una superficie plana, horizontal y lisa se extiende radialmente hacia afuera, sobre la superficie, como una lámina que estará limitada por un resalto hidráulico, inducido por una pantalla vertical, de planta circular y de disposición axisimétrica. Al resalto, que es circular en planta, se le llama resalto hidráulico circular. Este es función de la descarga, del espesor del chorro en el origen y de la altura del vertedero. El resalto en un canal horizontal que diverge, en el cual el flujo es radial, se puede considerar como un sector del resalto circular, siempre que las fronteras de la superficie plana no contengan

pilas, espigones y puertas deflectoras. El estudio del resalto hidráulico circular merece especial atención debido a su uso muy difundido en pozos de amortiguación que divergen y porque las ecuaciones que gobiernan el fenómeno difieren significativamente de las de un resalto hidráulico en un canal de sección transversal constante.

En este trabajo se pretende analizar el comportamiento de un disipador circular imperfecto caracterizado porque, el chorro deflectado se desliza sobre el fondo, llega a la pantalla, asciende por su cara vertical y en la parte superior se bifurca en un flujo que va hacia atrás generando un vórtice de recirculación, disipante de energía, y un chorro que descarga libremente sobre la pantalla. Para este vórtice, que

constituye un disipador imperfecto, se desarrollan las ecuaciones que rigen el flujo. El propósito de esta investigación teórica y experimental es desarrollar una expresión general que permita predecir la profundidad de sumersión en un disipador circular imperfecto en función de las variables que definen el fenómeno. Además, se pretende obtener una ecuación para determinar la disipación de energía relativa que se produce en el resalto imperfecto. Se realizan experimentos para verificar la aplicabilidad del análisis teórico, comparando los valores calculados a partir de las ecuaciones desarrolladas con los respectivos datos experimentales.

2 Estudios previos sobre resalto hidráulico circular

Se puede desarrollar, (Koloseus y Ahmad, 1969), una ecuación general del resalto circular, mediante la aplicación de la ecuación escalar de continuidad y de la ecuación vectorial de cantidad de movimiento a un elemento del resalto en forma de prisma y de ancho angular infinitesimal, dada por

$$y_0^3 - \left(\frac{r_0 - 1}{2r_0 + 1} \right) y_0^2 - \left(\frac{r_0 + 2 + 6F_1^2}{2r_0 + 1} \right) y_0 + \frac{6F_1^2}{r_0(2r_0 + 1)} = 0 \quad (1)$$

en la cual y_0 es la relación de profundidades secuentes, r_0 es la relación de radios secuentes y F_1 es el número de Froude en la sección antes del resalto. La Ec. 1 es la ecuación general del resalto circular que se puede resolver para y_0 con valores de F_1 y r_0 dados. Se puede observar que para $r_0 = 1$, la Ec. 1 se reduce a la conocida ecuación del resalto rectangular.

Aplicando la ecuación de Bernoulli en las secciones antes y después del resalto y la ecuación de continuidad, se puede obtener la disipación de energía ΔE en el resalto circular

$$\frac{\Delta E}{y_1} = \frac{1}{12r_0 y_0} [r_0(2r_0 + 1)y_0^3 - (r_0^2 + 9r_0 - 1)y_0^2 - (r_0^2 - 9r_0 - 1)y_0 - (r_0 + 2)] \quad (2)$$

en la cual y_1 es la profundidad aguas arriba del resalto. Para $r_0 = 1$, la Ec. 2 se reduce a la expresión para la pérdida de carga en un canal rectangular.

Para los mismos valores se observa (Koloseus y Ahmad, 1969) que F_1, y_0 es menor en el resalto circular que en el resalto rectangular. Además, obtuvieron que la pérdida de carga en un resalto circular es mayor que la de un resalto rectangular para el mismo número de Froude F_1 . En otras palabras, el resalto circular es un mejor disipador de energía. Por otro lado, encontraron que la longitud del resalto circular es apreciablemente menor que la del resalto rectangular. Según ellos, se puede considerar, en general, que la longitud del resalto circular se puede suponer entre 3.5 a 4.5 veces la profundidad en la sección de aguas abajo y_2 . La longitud correspondiente del resalto rectangular es 6 a 7 veces y_2 .

Del desarrollo de un modelo matemático predictivo para describir el comportamiento de un resalto hidráulico circular generado por una fuente central que se extiende radialmente, (Lawson y Phillips, 1983), se encontró que los valores teóricos, obtenidos a partir de la Ec. 1, y los datos experimentales presentaban muy buen acuerdo. Obtuvieron experimentalmente que la profundidad secuente es menor y la pérdida de energía es mayor en un resalto circular que en un resalto rectangular. Según ellos, los resultados indican claramente que la capacidad de un resalto hidráulico circular para disipar energía es mayor que la de un resalto clásico. También encontraron que la longitud del resalto circular es considerablemente menor que la del resalto rectangular.

Se puede predecir la longitud del resalto, la longitud de la onda, la distribución de velocidades, el perfil de la superficie libre, el perfil del gradiente de energía y la pérdida de energía a lo largo del resalto (Khalifa y McCorquodale, 1992), a partir del desarrollo de un modelo matemático. El modelo también permite al diseñador investigar los efectos de la incorporación de aire, la fuerza centrífuga, el corte turbulento y el corte en el fondo sobre las características del resalto,

Con la finalidad de completar y ampliar las investigaciones anteriores se obtuvieron números de Froude F_1 del flujo de aproximación variables entre 15 y 38, (Olivero y Aguirre, 1994, 1996), realizando estudios sobre el resalto hidráulico circular y extendiendo el rango experimental existente, (Khalifa y McCorquodale, 1992), los cuales variaban entre 3 y 8 para resaltos divergentes, y los valores, (Koloseus y Ahmad, 1969), comprendidos entre 11 y 20 en bandas radiales. Los autores encontraron buen ajuste entre los valores obtenidos a partir de la Ec. 1 y los experimentales, incluyendo los rectangulares para los cuales $r_0 = 1$. Ellos observaron un evidente incremento en la disipación de energía con incrementos en los valores de r_0 . Así mismo, determinaron que la longitud del resalto circular crece con el número de Froude para los bancos de datos experimentales analizados y parece tender a un valor constante $L/y_2 = 6$ para números de Froude F_1 mayores que aproximadamente 20.

Se realizó un estudio experimental sobre el uso de un pozo de amortiguación de flujo radial, aguas abajo de una compuerta de control, (McCorquodale y Khalifa, 1980), donde en este tipo de pozo las paredes laterales divergen en la dirección del flujo, permitiendo así el uso de una compuerta de control estrecha, mientras se tiene un área de flujo grande en la salida. Típicamente este tipo de estructura se diseña de modo que, bajo las peores condiciones de operación, se forme aún el resalto hidráulico libre en el pozo de amortiguación. Esto significa que para la mayoría de los flujos y condiciones de operación será un resalto hidráulico radial sumergido en el pozo amortiguador. Según ellos, la aplicación de la ecuación de cantidad de movimiento, a un elemento de control, permite obtener la siguiente ecuación adimensional general para el resalto hidráulico radial sumergido

$$S = -0.5A_* + \sqrt{0.25A_*^2 + r_0 y_0^2 + 2F_1^2 \left(\frac{l}{r_0 y_0} - l \right)} \quad (3)$$

donde

$$S = \frac{y_s}{y_1} ; y_0 = \frac{y_2}{y_1} ; r_0 = \frac{r_2}{r_1} ;$$

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} \text{ y } A_* = y_0 (r_0 - l) B \quad (4)$$

en las cuales y_s es la profundidad de ahogamiento aguas abajo de la compuerta, y_1 y r_1 son la profundidad supercrítica y el radio al inicio del resalto, y_2 y r_2 son la profundidad y el radio en la sección aguas abajo del resalto, S es la relación de sumersión, F_1 es el número de Froude inicial, V_1 es la velocidad media para y_1 y r_1 , y B corresponde a un factor de corrección para la fuerza lateral.

La disipación de energía en el resalto hidráulico radial se puede desarrollar mediante la aplicación de las ecuaciones de energía y de continuidad entre las secciones antes y después del resalto. Así, se obtiene que

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 1.0 - \left[\frac{0.5F_1^2 + r_0^2 y_0^3}{(r_0 y_0)^2 [0.5F_1^2 + S]} \right] \quad (5)$$

3 Estudio teórico para el disipador circular imperfecto

Para alturas elevadas de la pantalla de retención y para pequeños radios de ubicación, el resalto hidráulico circular pierde las características de flujo uniforme en las secciones de aguas arriba y de aguas abajo. El chorro se extiende radialmente sobre el fondo, llega a la pantalla y asciende por su cara vertical. En la parte superior se divide en un flujo que va hacia atrás generando un vórtice de recirculación, disipante de energía, y un chorro que vierte sobre la pantalla. Para este vórtice, que constituye un disipador hidráulico circular imperfecto, se desarrollan las ecuaciones de gobierno que rigen el flujo mediante la aplicación de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y de continuidad a un elemento en forma de cuña de anchura angular infinitesimal $r_1 d\theta$, como se ilustra en la Fig. 1. Se evalúan las componentes de todas las fuerzas que actúan y el flujo de cantidad de movimiento que pasa través del elemento en la dirección x . Las diferentes fuerzas que actúan sobre el elemento son P_1 , P_2 , P_{31} y P_{32} . La longitud del arco elemental es $ds_1 = r_1 d\theta$. El área elemental $dA_1 = r_1 y_1 d\theta$, donde $r_1 = r = d/2$ y d es el diámetro de la tubería. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza hidrostática en la sección 1, en la dirección radial, está dada por

$$P_1 = \frac{l}{2} \gamma y_p^2 r d\theta \quad (6)$$

en la cual γ es el peso específico del líquido e y_p es la profundidad de sumersión en la posición r_1 . Para la fuerza hidrostática en la sección 2 se obtiene la siguiente expresión

$$P_2 = C_1 \frac{\gamma}{2} (2y_c + y_v) y_v r_2 d\theta \quad (7)$$

donde C_1 es un coeficiente de corrección a la distribución lineal de presiones en el vertedero, y_c es la profundidad crítica sobre la cresta del vertedero, y_v es la altura del vertedero y r_2 es el radio del anillo.

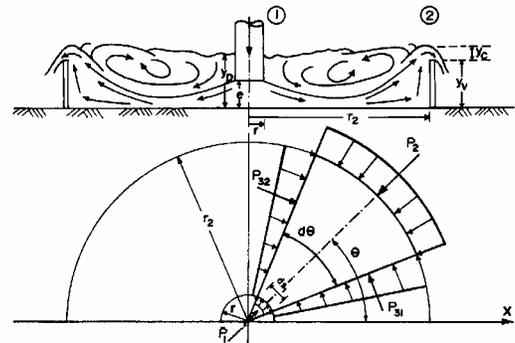


Fig. 1. Esquema de definición para el disipador hidráulico circular imperfecto

A causa de la simetría axial del fenómeno, $|P_{31}| = |P_{32}|$. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza lateral sobre la cuña del resalto considerada es

$$P_3 = C_2 \frac{\gamma}{6} (r_2 - r) [y_p^2 + y_2 y_p + y_2^2] \quad (8)$$

donde $y_2 = y_v + y_c$ y C_2 es un factor de corrección de la presión lateral. La Ec.8 se puede reescribir como

$$P_3 = C_2 \frac{\gamma}{2} B (r_2 - r) y_2 y_p \quad (9)$$

en la cual $B = (1/3) (1 + y_2/y_p + y_p/y_2)$ es próximo a 1 en el rango experimental estudiado. La ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x , para el elemento considerado, se puede escribir como

$$P_1 - P_2 + P_3 d\theta = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (10)$$

donde ρ es la densidad del fluido, Q es el caudal total, V_c corresponde a la velocidad crítica V_c sobre la cresta del vertedero, la cual está dada por la siguiente ecuación

$$V_c = \frac{Q}{2\pi r_2 y_c} \quad (11)$$

y V_l es la velocidad media del fluido en la sección 1 calculada como

$$V_l = \frac{Q}{2\pi r e} \quad (12)$$

donde e es distancia medida desde el borde del tubo hasta la superficie horizontal lisa.

Sustituyendo las ecs. 6, 7, 9, 11 y 12 en la Ec. 10 y haciendo las transformaciones matemáticas pertinentes se obtiene que

$$y_*^2 + B C_2 (r_0 - 1) y_* + 2F_l^2 - C_l \left[2 \left(\frac{F_l}{r_0} \right)^{\frac{2}{3}} + y_{v*} \right] y_{v*} r_0 - 2 \left(\frac{F_l}{r_0} \right)^{\frac{4}{3}} r_0 = 0 \quad (13)$$

en la cual $y_* = \frac{y_p}{e}$; $r_0 = \frac{r_2}{r}$; $y_0 = \frac{y_2}{e}$; $y_{v*} = \frac{y_v}{e}$ y F_l es el número de Froude en la sección 1, es decir en la entrada, calculado como $F_l = V_l / (g e)^{1/2}$.

La Ec. 13 es una ecuación general adimensional para el dissipador hidráulico circular imperfecto e incluye cinco variables: relación de sumersión y_* , relación de radios r_0 , relación de profundidades y_0 y y_{v*} y el número de Froude inicial F_l . Resolviendo para y_* se obtiene que

$$y_* = -0.5A_0 + \sqrt{0.25A_0^2 - \left[2F_l^2 - C_l \left(2 \left(\frac{F_l}{r_0} \right)^{\frac{2}{3}} + y_{v*} \right) y_{v*} r_0 - 2 \left(\frac{F_l}{r_0} \right)^{\frac{4}{3}} r_0 \right]} \quad (14)$$

donde $A_0 = B C_2 (r_0 - 1) y_0$.

La dissipación de energía ΔE en el resalto hidráulico circular imperfecto se puede desarrollar haciendo uso de las ecuaciones escalares de continuidad y de energía entre las secciones 1 y 2. Así, se obtiene que

$$\frac{\Delta E}{E_l} = 1 - \left[\frac{0.5 \left(\frac{F_l}{r_0} \right)^{\frac{2}{3}} + y_0}{0.5F_l^2 + y_*} \right] \quad (15)$$

4 Instalación experimental

Para el estudio experimental del dissipador circular se empleó una tubería vertical de alimentación de 6.35 cm

de diámetro, que permitía generar un chorro de simetría axial. Durante la fase experimental se mantuvo una elevación constante de salida de 5 cm, respecto a la superficie horizontal lisa. Con el propósito de generar el resalto circular se ubicó un anillo metálico haciendo coincidir el eje del tubo con el centro de la circunferencia formada por dicho anillo. El diámetro y la altura del anillo se variaban en cada instalación experimental. En los experimentos se utilizaron anillos de diferentes diámetros: 0.50, 0.76, 1.00 y 2.00 m y diferentes alturas: 5.00, 10.00, 15.50 y 25.50 cm. En la primera fase experimental se empleó un anillo de 2 m de diámetro y 5 cm de altura. Se observó que, bajo estas condiciones, se genera un resalto circular libre bien definido. El caudal se varió entre 0.0064 y 0.0128 m³/s. Para cada caudal se midieron las profundidades y los radios respectivos.

Posteriormente, se instaló otro anillo de menor diámetro y mayor altura. En este caso, se generó un dissipador circular imperfecto. Para estudiar este fenómeno se fabricaron anillos con las siguientes dimensiones: 0.50 m, 0.76 m y 1.25 m de diámetro con 10 cm de altura cada uno, 0.76 m y 1.00 m de diámetro con 15.5 cm de altura y 1.00 m y 1.25 m de diámetro con 25.5 cm de alto. En cada experimento se midieron las variables que caracterizan el fenómeno: y_p , e , r , r_2 , y_v y el caudal total Q , cuyos rangos de valores medidos son los siguientes: caudal Q variable entre 0.00723 y 0.01327 m³/seg, se usaron anillos con $r_2 = 62.5$, 50.0, 38.0 y 25.0 cm y alturas variables $y_v = 10.0$, 15.5 y 25.5 cm, la profundidad de sumersión y_p varió entre 10 cm y 27 cm y la distancia e se mantuvo constante igual a 5 cm. En la Fig. 2 se puede visualizar claramente el dissipador hidráulico circular imperfecto, generado con un anillo de 0.50 m de diámetro y 10.00 cm de altura para caudales variables entre 0.0037 y 0.0121 m³/s.



Fig. 2. Operación del modelo en la condición de dissipador hidráulico circular imperfecto

5 Presentación y análisis de los resultados

El flujo circular axisimétrico, generado por la deflexión de un chorro vertical que actúa sobre una superficie plana horizontal, puede controlarse, del lado de aguas aba-

jo, por medio de un anillo de pared vertical y planta circular. En los rangos analizados se formó un resalto circular imperfecto, y se observó experimentalmente que al reducir el diámetro del anillo y aumentar o disminuir la altura de la pared del anillo cambia el patrón del flujo. Se realizaron 88 experimentos con los diferentes anillos empleados como modelo.

A partir del banco de datos obtenido se realiza el análisis sobre el comportamiento de las variables involucradas en el fenómeno estudiado. Se determinaron los valores de los factores de corrección C_1 y C_2 . Para el rango experimental estudiado se obtuvo $C_1 = 1$ y $C_2 = 1$. En la Fig. 3 se observa buena correlación entre los valores teóricos de y^* calculados a partir de la Ec. 14, correspondiente a la ecuación general para el disipador hidráulico circular imperfecto, y los datos experimentales correlativos.

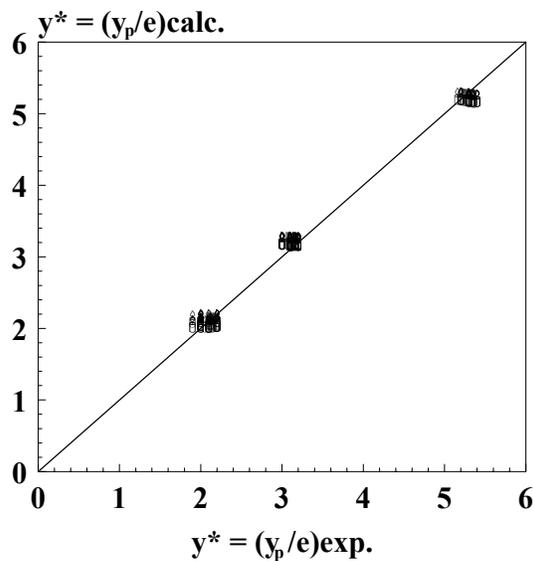


Fig. 3. Relación entre la profundidad relativa y^* teórica y la observada

Así mismo, en la Fig. 4 se muestran los valores teóricos de $\Delta E/E_1$ según la Ec. 15 y los medidos en el laboratorio. Se observa muy buen acuerdo entre ambos conjuntos de valores.

En la Fig. 5 se grafica la curva teórica dada por la Ec. 14, que permite predecir la sumersión y^* , en función del número de Froude F_1 para valores promedio de la relación de profundidades y_0 , e y_{v^*} y de la relación de radios r_0 dados. También se muestran los datos experimentales con valores de r_0 variables entre 7.87 y 19.69, y_0 variable entre 2.16 y 5.33, y_{v^*} de 2.00, 3.10 y 5.10 y los números de Froude F_1 cuyo rango de variación está entre 1.03 y 1.90. En la Fig. 5 se observa que existe muy buena correlación entre los valores calculados y los medidos. Estos resultados indican que las consideraciones hechas en el análisis para la deducción de la ecuación general eran razonables. Para el banco de datos estudiado, los números de Froude F_1 calculados aguas arriba están en el rango 1.03-1.90 y los valores de y^* están comprendidos entre 2.0 y 5.36, según se mues-

tra en la Fig. 5. Se observa que para el rango de valores experimentales el número de Froude F_1 tiene influencia despreciable sobre y^* . Sin embargo, se obtiene que la relación de sumersión y^* se incrementa cuando se produce aumento en los valores de y_0 e y_{v^*} .

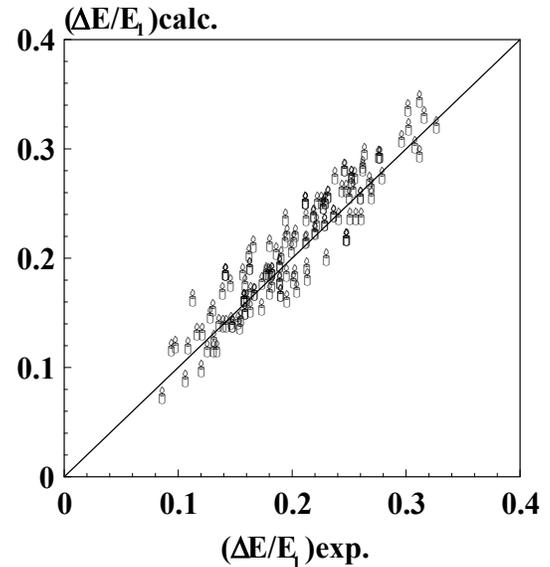


Fig. 4. Relación entre la disipación de energía relativa $\Delta E/E_1$ teórica y la observada

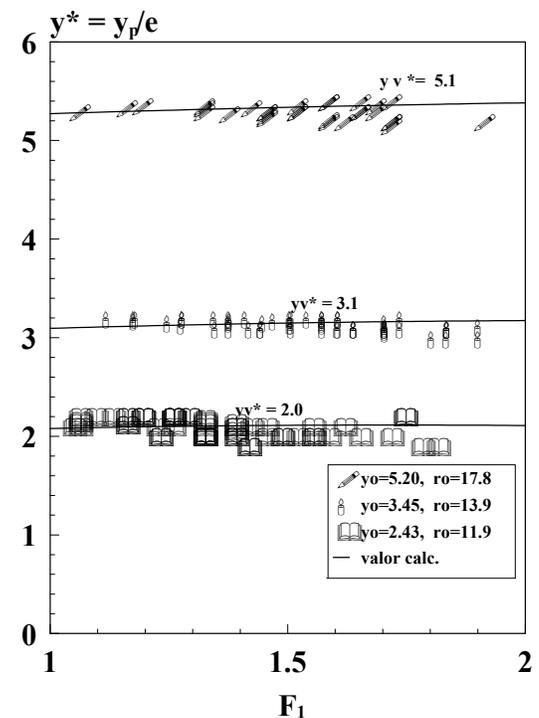


Fig. 5. Relación de sumersión y^* teórica y experimental en función del número de Froude

En la Fig. 6 se grafica la expresión teórica, Ec. 15, que predice la disipación de energía relativa $\Delta E/E_1$ en función del número de Froude F_1 para valores promedio de y_* , r_0 , y_0 e y_{v*} dados. La Fig. 6 también presenta los datos experimentales de la pérdida de energía relativa $\Delta E/E_1$ para valores de y_* variables entre 2.00 y 5.36, r_0 entre 7.87 y 19.69, y_0 variable en el rango 2.16 y 5.33 e y_{v*} variable e igual a 2.00, 3.10 y 5.10.

Los resultados indican claramente que al aumentar el número de Froude F_1 se produce un incremento en la disipación de energía relativa. También se obtiene que esta disipación se incrementa cuando la sumersión y_* disminuye. Se observa en las Figs. 3, 4, 5 y 6, que a pesar de las dificultades de medición, la dispersión en los datos no es alta. Se muestra claramente que los puntos experimentales siguen la misma tendencia que los valores correspondientes a las curvas teóricas.

Adicionalmente, en la Fig. 7 se presenta un gráfico adimensional de $\Delta E/y_v$ en función del parámetro adimensional $Q_* = Q/((2r_2)^{5/2} g^{1/2})$. Se observa claramente que para un valor constante de r_0 y un valor fijo de Q_* , se produce un incremento en $\Delta E/y_v$ cuando y_0 disminuye. En general, se verifica que la precisión de los datos es buena y a pesar de la limitación y de las dificultades en la medición, los resultados experimentales sustentan bastante bien las suposiciones hechas en el análisis teórico. Se encuentra que los resultados teóricos y experimentales están en buena concordancia.

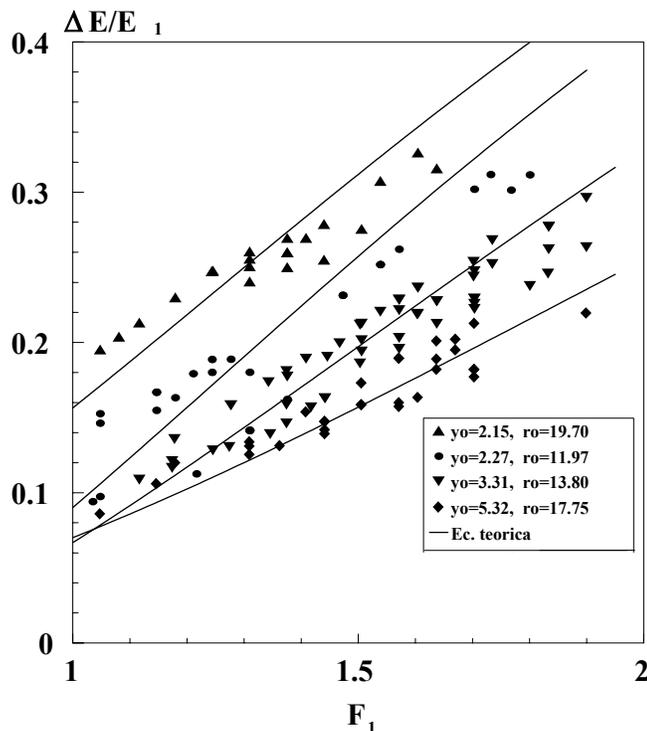


Fig. 6. Comparación entre la pérdida de energía relativa $\Delta E/E_1$ teórica y experimental

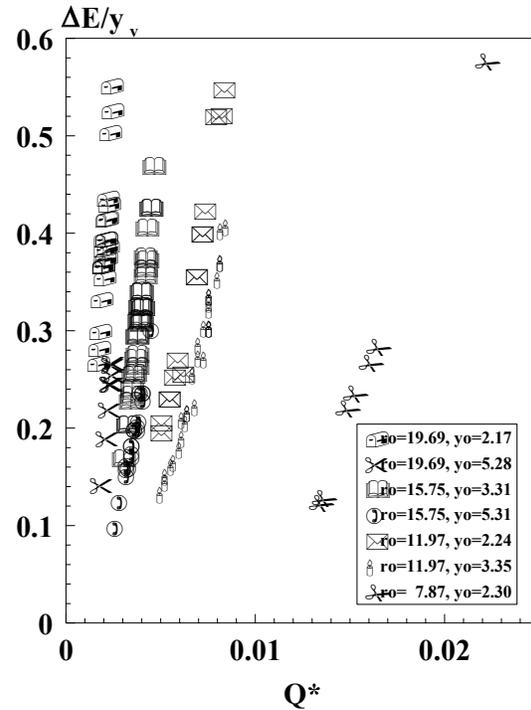


Fig. 7. Variación de $\Delta E/y_v$ con los parámetros adimensionales Q_* , y_0 y r_0 .

6 Conclusiones

6.1 Se desarrolló y se verificó experimentalmente una ecuación general para la relación de profundidades y_* de un dissipador hidráulico circular imperfecto. Se obtuvo muy buena correlación entre los valores calculados y los experimentales.

6.2 Se obtuvo una ecuación para determinar la disipación de energía relativa $\Delta E/E_1$ en función del número de Froude F_1 para valores de y_* , r_0 , y_0 e y_{v*} dados. Los valores teóricos obtenidos a partir de dicha ecuación presentan muy buen ajuste con los valores medidos.

6.3 Se observa que para el rango de valores experimentales, el número de Froude F_1 tiene influencia despreciable sobre y_* . Se obtiene que la relación de sumersión y_* se incrementa cuando se produce aumento en los valores de y_0 e y_{v*} .

6.4 La disipación de energía relativa en el resalto circular imperfecto es función del número de Froude F_1 y de la relación de sumersión y_* . La disipación de energía se incrementa cuando el número de Froude F_1 aumenta y cuando la sumersión y_* disminuye.

7 Reconocimiento

Los autores desean expresar su agradecimiento al Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico (CDCHT) de la Universidad de Los Andes por su apoyo

financiero a través de los Proyectos I-566-97-02-C e I-567-97-02-B.

Referencias

Khalifa, A. A. M. y McCorquodale, J. A. 1992. Simulation of the Radial Hydraulic Jump. *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 30, No. 2, pp. 149-160.

Koloseus, H. J. y Ahmad, D. 1969. Circular Hydraulic Jump. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 95, No. HY1, pp. 409-422.

Lawson, J. D. y Phillips, B. C. 1983. Circular Hydraulic

Jump. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 109, No. 4, pp. 505-518.

McCorquodale, J. A. y Khalifa, A. M. 1980. Submerged Radial Hydraulic Jump. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 106, No. HY3, pp. 355-367.

Olivero, M. L. y Aguirre Pe, J. 1994. Resalto Hidráulico Circular. *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Santiago de Chile, Vol.1, pp. 243-254.

Olivero, M. L. y Aguirre Pe, J. 1996. Disipador Radial, Ecuaciones Generales y Validación. *Proceedings of the 6th Latinoamerican Congress of Heat and Mass Transfer*. Brasil, pp.1869-1872.