

VELOCIDAD DE VEHICULOS EN CARRETERAS DE MONTAÑA:
MODELOS MATEMATICOS

Pedro José ANDUEZA
Facultad de Ingeniería Universidad de Los Andes
Mérida, Venezuela

RESUMEN

Se desarrollaron los siguientes modelo matemático para estimar la velocidad de los vehículos en las curvas y rectas de una carretera de montaña.

$$V_{85c} = 98,25 - 2.795 \times (1/R_c) - 894 \times (1/R_a) + 7,486 \times D + 9,308 \times L_a$$

$$\bar{V}_c = 87,78 - 2.251 \times (1/R_c) + 739 \times (1/R_a) + 5,081 \times D$$

$$V_{85r} = 100,69 - 3.032 \times (1/R_a) + 27,819 \times L_a$$

$$\bar{V}_r = 87,65 - 2.364 \times (1/R_a) + 17,353 \times L_a$$

V_{85c} = Percentil 85 velocidades en curvas (km/h)

\bar{V}_c = Velocidad media en curvas (km/h)

V_{85r} = Percentil 85 velocidades en rectas (km/h)

\bar{V}_r = Velocidad media en rectas (km/h)

R_c = radio de la curva (m)

D = $S/250$; S = Mínima distancia de visibilidad en la curva (m)

L_a = Longitud recta anterior a la curva (m)

R_a = Radio de la curva anterior (m)

La velocidad que adoptan los conductores no obedece a la velocidad de diseño usada por el Ingeniero, sino a las características geométricas de la vía.

Se propone un procedimiento de diseño que aprovecha las ventajas de disponer de una velocidad directriz y al mismo tiempo tiene en cuenta el comportamiento de los conductores en la carretera.

Los conductores en una curva tienen dos medidas de eficiencia: velocidad y comodidad; intercambiando una por otra. En algunas curvas prefieren sentir cierto grado de incomodidad a cambio de alcanzar mayores velocidades.

Puede que para ciertas condiciones geométricas, los conductores adopten una velocidad tal que además de sacrificar comodidad, también sacrifiquen seguridad.

ABSTRACT

Speed of automotors on mountainous roads: Mathematical models. Mathematical models were developed for the estimation of vehicles speed at curves and tangents on a mountainous highway.

$$V_{85c} = 98,25 - 2.795 \times (1/R_c) - 894 \times (1/R_a) + 7,486 \times D + 9,308 \times L_a$$

$$\bar{V}_c = 87,78 - 2.251 \times (1/R_c) - 739 \times (1/R_a) + 5,081 \times D$$

$$V_{85r} = 100,69 - 3.032 \times (1/R_a) + 27,819 \times L_a$$

$$\bar{V}_r = 87,65 - 2.064 \times (1/R_a) + 17,353 \times L_a$$

Where:

$$V_{85c} = 85^{\text{th}} \text{ percentile of speeds at curves (Km/h)}$$

$$\bar{V}_c = \text{Mean speed at curves (Km/h)}$$

$$V_{85r} = \text{Percentile of speeds at tangents (Km/h)}$$

$$\bar{V}_r = \text{Mean speed at tangents (Km/h)}$$

$$R_c = \text{Curve radio (m)}$$

$$D = S/250; \quad S = \text{Minimum sight distance at the curve (m)}$$

$$L_a = \text{Length of the tangent preceding the curve (Km)}$$

$$R_a = \text{Radio of the preceding curve (m)}$$

Speeds adopted by drivnes do not depend on the design speed chosen by the engineer, but on the geometric characteristics of the highway.

A procedure is proposed which takes advantage of having a design speed and at the same time it takes into consideration the behavior of drivnes on the highway.

At a curve drivers consider two measures of efficiency: speed and confort; interchanging one by the other. At some curves they prefer feeling some amount of unconfort in exchange for reaching higher speeds.

It can be that for some geometric conditions, drivers adopt a speed such that in addition of sacrificing confort, they also sacrifice safety.

INTRODUCCION

El Ingeniero Vial juega papel importante en la problemática de los accidentes de tránsito. Es el encargado de un diseño que garantice, bajo ciertas condiciones, la circulación de los vehículos en forma segura. También debe velar por que los conductores y pasajeros viajen cómodamente. También considera aspectos relacionados con los tiempos de recorrido y costos de operación de los vehículos, así como los costos de la vía.

El Proyectista decide sobre las características de las rectas y curvas horizontales y verticales; selecciona radios, ángulos de deflexión, peraltes, pendientes, etc. La velocidad que adopta cada conductor, depende de estas características y si esa velocidad es diferentes a la prevista por el Ingenieros, puede suceder que: los conductores no viajen seguros o cómodos o no se sientan satisfechos; los costos de operación y tiempos de recorrido son mayores que los estimados; la vía se deteriora más rápido de lo previsto.

OBJETIVOS

El objetivo principal es desarrollar unos modelos matemáticos que permitan estimar la velocidad de los vehículos en las curvas y rectas de una carretera de montaña, en función de algunas características geométricas de la vía.

Los modelos serán útiles para detectar errores de diseño. Ayudar en los estudios de factibilidad y en los análisis de diseños alternativos. Analizar una vía existente, detectar fallas y estudiar alternativas de mejoramiento.

MODELOS

Para su desarrollo, se hicieron mediciones de velocidades y se obtuvieron las características geométricas en algunos tramos de la carretera Mérida-Estanques en los Andes Venezolanos.

Se tomaron velocidades puntuales con radar en los puntos medios de 21 curvas y 18 rectas. En cada sitio se midieron las velocidades en ambos sentidos, por lo que resultaron 42 muestras en curva y 36 en recta. Se escogieron aquellos vehículos de

pasajeros cuya separación en tiempo con el precedente o siguiente fuera superior a 6 segundos, para que la presencia de estos no influyera en la velocidad de los vehículos muestreados y que la influencia del volumen de tránsito en la velocidad fuera mucho menor que si consideráramos los vehículos en conjunto.

Se planteó un modelo lineal de la forma: $Y=B_0+B_1X+B_2X_2 + B_nX_n$, donde la variable dependiente Y puede ser:

Percentil 85 velocidades en curvas (km/h)	V_{85c}
Percentil 85 velocidades en rectas (km/h)	V_{85r}
Velocidad media en curvas (km/h)	V_c
Velocidad media en rectas (km/h)	V_r

Las variables independientes analizadas fueron:

Variables en las curvas:

Radio de la curva (m)	R_c
Peralte (%)	P
Angulo de deflexión (°)	Δ
Mínima distancia de visibilidad en la curva (m)	S
$D = S/250$, tomando $D \leq 1,000$	
Longitud de recta anterior a la curva (km)	L_a
Radio de la curva anterior (m)	R_a
Longitud de recta precedente a la curva anterior (km)	L_t
Radio de curva precedente a la anterior (m)	R_t

Variables en las rectas:

Longitud de la recta (km)	L_a
Radio de la curva siguiente (m)	R_c
Radio de la curva anterior (m)	R_a
Longitud de recta precedente a la curva anterior (km)	L_t
Radio de la curva precedente a la anterior (m)	R_t

En el extremo de cada tramo hay una curva que puede ser circular o de transición. Como la primera parte de una curva de transición prácticamente se confunde con una recta, para

uniformizar la medición, la "longitud recta" incluye el tramo recto más la porción de las curvas hasta el punto donde su desviación respecto a la prolongación de la tangente es de 1,20 m.

En la carretera del estudio, el volumen de tránsito era de unos 260 veh/hora total en ambas direcciones; las pendientes de los tramos observados son menores a 3%; la carretera es de 2 canales x 3,65, con hombrillos pavimentados de 1,20 o mayores.

La selección de las variables se basó en procedimientos clásicos de regresión lineal. Se tomó en cuenta el estadístico F, así como el coeficiente de correlación múltiple ajustado y los coeficientes de correlación simple y parciales y usando siempre el "buen juicio" para la escogencia de las mismas.

Modelos Escogidos

$$V_{85c} = 98,25 - 2,795 \times \frac{1}{R_c} - 894 \times \frac{1}{R_a} + 7,486 \times D + 9,308 \times L_a \quad (1)$$

$$B_1: F_{1,37} = 44,568; B_2: F_{1,37} = 8,009; B_3: F_{1,37} = 5,283;$$

$$B_4: F_{1,37} = 2,869; R^2 = 0,84 \quad \bar{R}^2 = 0,82$$

$$V_G = 87,78 - 2,251 \times \frac{1}{R_c} - 739 \times \frac{1}{R_a} + 5,081 \times D \quad (2)$$

$$B_1: F_{1,38} = 69,149; B_2: F_{1,38} = 12,516; B_3: F_{1,38} = 5,532$$

$$R^2 = 0,86 \quad \bar{R} = 0,85$$

$$V_{85r} = 100,69 - 3,032 \times \frac{1}{R_a} + 27,819 \times L_a \quad (3)$$

$$B_1: F_{1,33} = 61,84; B_2: F_{1,33} = 19,635; R^2 = 0,79 \quad \bar{R}^2 = 0,78$$

$$V_r = 87,65 - 2,064 \times \frac{1}{R_a} + 17,353 \times L_a \quad (4)$$

$$B_1: F_{1,33} = 46,571; B_2: F_{1,33} = 12,413; R^2 = 0,73 \quad \bar{R}^2 = 0,71$$

ANALISIS DE RESULTADOS

El coeficiente de correlación es alto en todos los modelos. Los coeficientes de las variables seleccionadas son estadísticamente significantes con nivel de significancia de 5% (muchos de ellos al 1%), con excepción del coeficiente L_a en la Ec. 1, cuyo nivel es 10%.

En tramos rectos cortos, típicos en carreteras de montaña, es lógico que la relación entre velocidad y longitud de recta, sea lineal; pero debe haber una longitud a partir de la cual los conductores "nivelen" su velocidad a un cierto valor. Por eso creemos que para tramos rectos largos, una mejor especificación de los modelos, en cuanto al término L_a se refiere, debe explorar esta posibilidad. Esto no se hizo en el presente estudio pues el tramo recto más largo fue de 0,555 kms.

Para estimar la velocidad en las curvas, la variable más significativa es el radio R_c . En las rectas es el radio de la curva anterior R_a . Esto significa que las curvas en el trazado vial representan el mayor limitante a la velocidad de los vehículos.

Según los datos de campo, los rangos de variación de las variables independientes fueron:

VARIABLE	VALOR MIN.	VALOR MAX.
R_c (m)	130	3.970
R_a (m)	130	3.970
D^a	0,304	1,000
L_a (km)	0,55	0,555

Estimamos que los modelos pueden ser confiables para valores de R_c ó R_a hasta unos 100 metros o un poco menores; no hay limitación para el límite superior. La variable D puede usarse con cualquier valor entre 0 y 1,000. No hay limitación para L_a en cuanto a su límite inferior; para el superior estimamos que se pueden usar valores hasta aproximadamente $L_a = 0,800$ km.

El percentil 85 de las velocidades en las curvas V_{85c} (Ec. 1), depende de la longitud del tramo recto precedente, L_a , pero no así la velocidad media V_c (Ec. 2).

La explicación a esto puede ser que muchos conductores adoptan su velocidad guiados fundamentalmente por la curvatura, posiblemente tratando de mantener una velocidad cómoda y uniforme en el tramo recto, mientras que los conductores más veloces (de los cuales depende fundamentalmente el percentil 85) aprovechan las rectas para incrementar su velocidad. De la misma manera observamos que la influencia de L_a es mayor en el percentil 85 de las velocidades en las rectas V_{85r} (Ec. 3) que en la velocidad media V_r (Ec. 4).

El coeficiente de R_c en la Ec. 1 para estimar la velocidad en las curvas V_{85c} , es muy parecido al coeficiente de R_a en la Ec. 3 para estimar la velocidad en las curvas V_{85r} . Estos coeficientes vendrían a representar la limitación impuesta por una curva a la velocidad en la propia curva o en el tramo recto siguiente. Lo mismo se puede observar en las Ec. 2 y 4, las cuales estiman la velocidad media en las curvas y las rectas respectivamente.

El peralte no resultó estadísticamente significativo. Muchos ingenieros creen que la velocidad en las curvas es controlada por esta variable, cosa que ha sido reflejada en algunas normas de diseño. El ángulo de deflexión tampoco resultó significativo.

Las variables L_t y R_t no resultaron estadísticamente significantes, aunque personalmente creemos que ellas deben tener cierta influencia en la velocidad en las curvas, pero no se pudo detectar esta influencia con los datos disponibles.

LA VELOCIDAD Y EL DISEÑO

Normalmente el Ingeniero Proyectista dispone de la "velocidad de diseño" y a ella relaciona elementos de la geometría como son los valores mínimos de los radios, distancias de visibilidad, longitud de curvas verticales etc. o determina por ejemplo el valor más recomendable para el peralte de una curva.

Pero los conductores no conocen cual fue la "velocidad de diseño" y actúan de acuerdo a las características físicas que ellos aprecian y van encontrando en la vía; esto está plasmado en

los modelos escogidos donde vemos que la velocidad seleccionada por los conductores depende de características como los radios de las curvas, visibilidad disponible y longitudes rectas. Su velocidad entonces puede ser superior a la prevista por el Ingeniero y operar en forma insegura.

Eliminar el concepto de la "velocidad de diseño" resulta difícil tanto por la oposición que harían muchos ingenieros como por su utilidad en aspectos como el cálculo de volúmenes de servicio, estimación de costos de operación, en los estudios de factibilidad, en la clasificación de la vía, en la determinación de elementos mínimos de diseño, etc. Pero indudablemente que más apropiado resultaría diseñar cada elemento considerando la velocidad real que adoptarán los conductores. Un procedimiento podría ser el siguiente:

a) Seleccionar la velocidad de diseño de la carretera en función de todos los factores involucrados (economía, topografía, tránsito, etc). Esta velocidad debe entenderse como un mínimo pues de acuerdo con la topografía y condiciones físicas pueden haber tramos con velocidades de proyectos más altas. Con la velocidad de proyecto determinamos los elementos mínimos (radios mínimos, distancias de visibilidad, etc).

b) Diseñar geoméricamente la vía y luego dividirla en tramos de análisis de por lo menos unos 3 kms. y a cada uno asignarle una velocidad de diseño en función de los radios más pequeños.

c) Construir un diagrama de velocidad vs. distancia (usando Ec. 1 y 3).

d) En base al diagrama de velocidades hacer los ajustes posibles de la geometría para conseguir un trazado con velocidad bastante uniforme, donde no hayan cambios bruscos de velocidad. Eliminar situaciones en las que las velocidad sea superior a la que se considere segura. Introducir tramos de transición entre dos contiguos con velocidades muy diferentes.

e) Hechos los ajustes, diseñar cada elemento con la velocidad obtenida del diagrama de velocidades (ya ajustado) o con la velocidad de diseño del tramo si esta última resultare mayor.

LA VELOCIDAD Y LA FRICCIÓN LATERAL

La fricción lateral f que se desarrolla entre los neumáticos y el pavimento, cuando un vehículo circula a velocidad V (km/h), en una curva de radio R_c (m) y peralte P (en decimal), generalmente se calcula por:

$$f = 0,007865 \times \frac{V^2}{R_c} - P \quad (5)$$

Si este valor de f resulta igual al coeficiente de rozamiento μ , el vehículo estará al borde del deslizamiento y si es mayor irremediablemente deslizará.

Para el diseño de una curva se adoptan valores de f menores que μ . La mayoría de las normas de proyecto consideran como apropiado un valor de " f " que se corresponde con aquel para el cual "los conductores se sienten incómodos por efecto del empuje lateral". Las normas venezolanas recomiendan la siguiente expresión.

$$f_{\max} = 0,26 - 0,001333 \times V \quad (V \text{ en km./h}) \quad (6)$$

Combinando las ecuaciones 5 y 6, hemos calculado la "velocidad máxima, V_{\max} " correspondiente a cada una de las curvas observadas en el presente trabajo. Los resultados se indican en las Figs. 1 y 2, donde se comparan respectivamente con el percentil 85 y la velocidad media obtenidas en dichas curvas.

Aplicando la Ec. 5 se calcularon los valores resultantes de f para la velocidad correspondiente al percentil 85 y para la velocidad media en cada curva. Los resultados se muestran en las Figs. 3 y 4.

En la Fig. 1 vemos que el percentil 85 de las velocidades adoptadas por los conductores no se corresponde con la "velocidad máxima".

En casi todas las curvas con velocidad máxima menor de 100 km/h es superado ese valor, lo cual tendría dos posibles explicaciones:

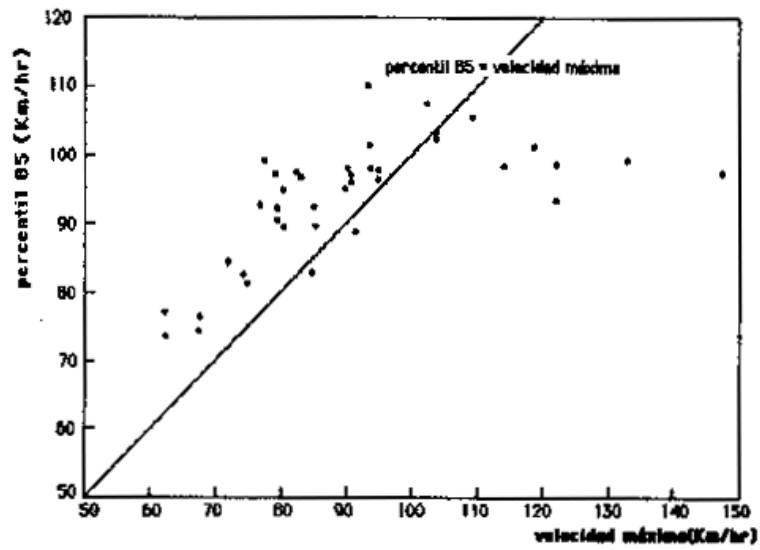


FIG.1.-PERCENTIL 85 Vs VELOCIDAD MAXIMA

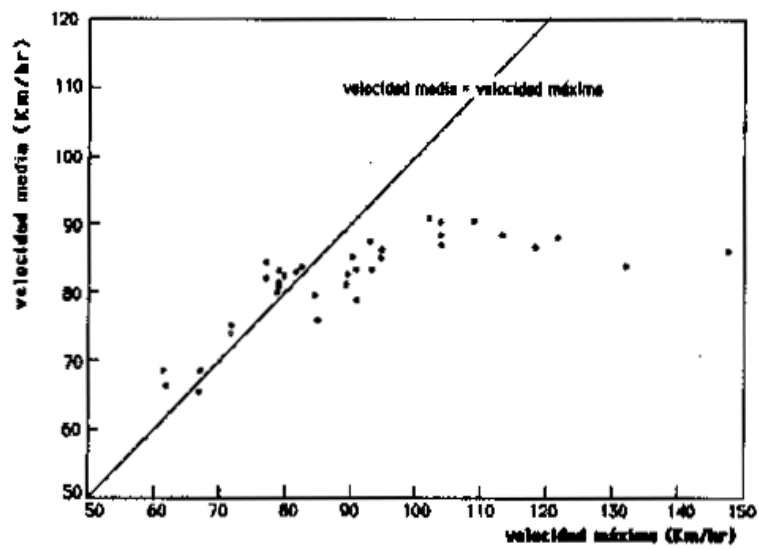


FIG.2.-VELOCIDAD MEDIA Vs VELOCIDAD MAXIMA

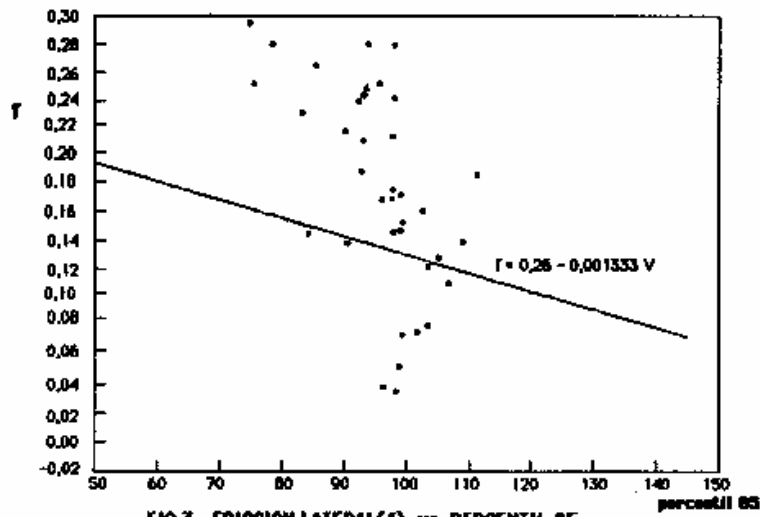


FIG.3.-FRICCIÓN LATERAL(f) vs PERCENTIL 85

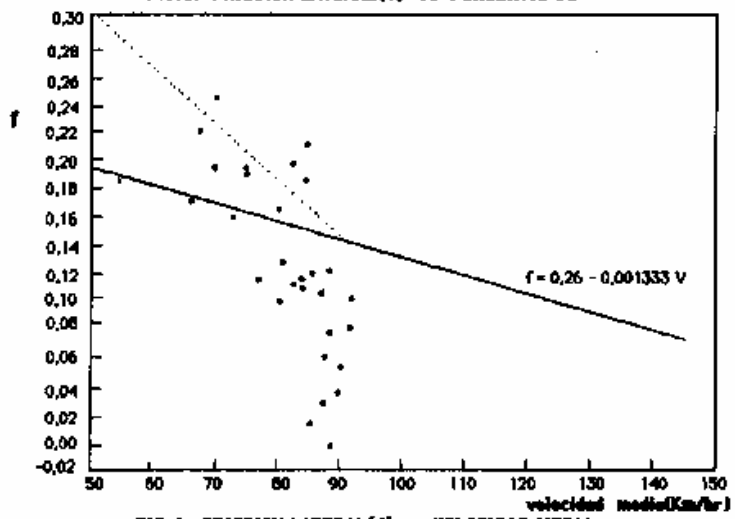


FIG.4.-FRICCIÓN LATERAL(f) vs VELOCIDAD MEDIA

a) Los conductores no se sienten incómodos cuando f es igual o superior a f_{\max} .

b) Los conductores consideran dos medidas de eficiencia, o dos elementos de juicio, al recorrer una curva. Por una parte la velocidad (entre mayor sea, mejor) y por la otra la comodidad (entre mayor sea, mejor). Al aumentar la velocidad disminuye la comodidad, pues f aumenta, y no siempre se pueden alcanzar simultáneamente velocidad y comodidad altas, intercambiando entonces el conductor una cosa por otra.

Nosotros creemos más factible esta segunda posibilidad y la Fig. 1 nos da la razón pues vemos que en las curvas cuya V_{\max} es mayor de 100 km/h, los conductores pueden viajar cómodamente a altas velocidades y así lo hacen. En cambio, en las curvas con V_{\max} menor, los conductores quieren mantener velocidades altas (las que ellos consideran seguras para las condiciones imperantes), pero al no poder lograrlo con comodidad prefieren sacrificar parte de esta última y sentir cierto grado de incomodidad a cambio de alcanzar velocidades mayores.

Aquí puede estar la respuesta a muchos accidentes de tránsito, pues el conductor podría adoptar una velocidad que sobrepase la segura. Tal es el caso por ejemplo de una recta larga y al final una curva de radio pequeño; el conductor al llegar a la curva sacrificará parte de su comodidad a cambio de conservar una velocidad alta (menor que la de la recta) pero puede suceder que también sacrifique seguridad si el factor f resulta mayor que el coeficiente de rozamiento μ .

En la Figura 2 vemos que la velocidad media supera a la velocidad máxima en las curvas donde esta última es menor de 85 km/h. Esto apunala la discusión anterior y puede también ser un indicativo de que los valores de f_{\max} dados por las normas son muy conservadores en cuanto se refieren a la comodidad de los conductores, pues si aceptamos que a la gente le gusta la comodidad, la Fig. 2 nos indica que un 50% de los conductores se sienten cómodos cuando f es igual o mayor que f_{\max} .

Las Figs. 3 y 4 corroboran las anteriores consideraciones.

En estas últimas figuras observamos que hay una tendencia de f a disminuir cuando V aumenta, pero no podemos decir que la relación es lineal. La idea de una relación lineal entre f y V se remonta a muchos años atrás. Asimismo, los valores de f_{\max} recomendados por la mayoría de las normas se han mantenido por mucho tiempo y parece que no han habido mayores esfuerzos para comprobar o modificar dichos conceptos y valores.

Nosotros creemos que los valores de f_{\max} deben modificarse, sobre todo para las velocidades menores. Tentativamente, proponemos una relación como la indicada por las líneas segmentadas en la Fig. 4 y la cual se corresponde con las siguientes expresiones matemáticas:

$$\begin{array}{ll} \text{Para } V \leq 90 \text{ km/h} & f_{\max} = 0,50 - 0,004 \times V \\ \text{Para } V \geq 90 \text{ km/h} & f_{\max} = 0,26 - 0,001333 \times V \end{array}$$

CONCLUSIONES

Las velocidades que adoptan los conductores en las curvas dependen mayormente de las características propias de la curva así como de las condiciones geométricas anteriores a ella.

La velocidad en rectas queda explicada mayormente por su longitud y por el radio de la curva anterior.

El concepto de velocidad de diseño tal como se utiliza hoy en día resulta en un diseño geométrico algunas veces inseguro para las velocidades que realmente adoptan los conductores. Debe entonces tomarse en cuenta el comportamiento real de los conductores en la carretera para diseñar los elementos geométricos de la misma.

Los conductores al atravesar una curva consideran dos medidas de eficiencia, la velocidad y la comodidad; algunas veces intercambiando una por la otra.

El criterio actual de la mayoría de las normas de proyecto de carreteras en cuanto a la relación entre fricción lateral y velocidad no se ajusta a la realidad.

REFERENCIAS

- <1> JOHNSTON, J.; Econometric Methods. Mc Graw-Hill Book Company, New York (1972)
- <2> MADDALA, G.S.; Econometrics. Mc Graw Hill Book Company, New York (1977)
- <3> EMMERSON, J.; Speeds of cars on sharp horizontal curves. Traffic Engineering and Control N° 11 (1969)
- <4> EMMERSON, J.; A Note on speed-road curvature relationships. Traffic Engineering and Control N° 12 (1970)
- <5> GOOD, M.C. y JOUBERT, P.N.; Driver behaviour in restricted path turns. Ergonomics, vol. 20 N° 3 (1977)
- <6> GOOD, M.C.; Road curve geometry and drive behaviour. Australian Road Research Board Special Report N° 15 (1978)
- <7> Mc LEAN, J.R.; Drive behaviour on curves - a review. Australian Road Research Proceedings, Vol. 7, Part 5 (1974)
- <8> Mc LEAN, J.R.; Vehicle speeds on high standard curves. Australian Road Research Board Proceedings Vol. 8 (1976)
- <9> Mc LEAN, J.R.; Review of the design speed concept. Australian Road Research, Vol. 8 N° 1 (1978)
- <10> MULLIN, E.F.; The changing approach to road design. Main Roads, Vol 38, N° 1 (1972)
- <11> TARAGIN, A.; Driver performance on horizontal curves. Highway Research Proceedings, Vol 33 (1954)
- <12> LEISCH, J.E.; New Concepts in design speed applications as a control in achieving consistent highway design. For presentation at 56th annual meeting, Transportation Research Board, Washington, DC (1977)
- <13> GLENNON, J.C.; State of the art related to safety criteria for highway curve design. Texas Transportation Institute, Texas A M University (1969)
- <14> HOLMQUIST, C.; Changes in speeds of vehicles on horizontal curves. Statins Vaginstitut, The National Road Research Institute Stockholm, Sweden, Rapport N° 104 (1970)
- <15> SEGAL, D.J. y BANNEY, Th A.; Evaluation of horizontal curve design U.S. Department of Transportation. Federal Highway Administration. Environmental Division, Washington, D.C. (1980)

- <16> AASHTO; A policy on geometric design of highways and streets, Washington, D.C. (1984)
- <17> NORVIAL; Normas para el Proyecto de Carreteras. Ministerio de Transporte y Comunicaciones. República de Venezuela (1985)