

**DISTRIBUCION DE VELOCIDADES ORIGINADAS POR EL CAMBIO DE TEXTURA RUGOSO - LISO
EN CANALES CON ESCURRIMIENTO SUPERCRITICO**

Ramón FUENTES

Laboratorio Nacional de Hidráulica. Caracas, Venezuela
Julián AGUIRRE, Isabel FLOREZ, Maritza RAMIREZ
Laboratorio de Hidráulica, Escuela de Ingeniería Civil
Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

RESUMEN

Se ha realizado un estudio experimental extenso sobre la distribución de velocidades producidas por un cambio de textura rugoso-liso en canales con escurrimiento supercrítico.

El análisis de los resultados ha permitido introducir parámetros que definen la evolución del perfil de velocidades desde el origen rugoso hasta el establecimiento dinámico del perfil de velocidades en pared lisa.

ABSTRACT

Velocity field due o a change in surface roughness, rough to smooth in open channel under supercritical flow. An experimental study has been achieved on the supercritical flow past a step change of botton roughness: rough to smooth.

The analysis of experimental data has allowed for the introduction of two dimensionless parameters; they define the evolution of the velocity profile past the change of roughness.

INTRODUCCION

El cambio brusco de rugosidad en las paredes es un hecho frecuente en la hidráulica de canales: como ejemplo claro puede indicarse la transición entre un canal excavado en tierra y otro, aguas abajo de aquél, construido en hormigón. Interesa poder describir cuantitativamente la curva de remanso y el perfil de velocidades en la transición que se producirá necesariamente en las vecindades del cambio de rugosidad. Así planteado, el problema es muy general. En el caso de capas límites y ductos a presión se poseen algunos antecedentes <1,2,3,4>. Aquí se estudiará un caso frecuente en las aplicaciones y que no parece haber sido tratado; el contorno inicial es rugoso y cambia bruscamente en una abscisa dada a liso; el escurrimiento es a superficie libre y supercrítico.

BASES TEORICAS

Dado que se supone escurrimiento supercrítico, la información se propaga de aguas arriba hacia aguas abajo; en otras palabras, el perfil de velocidades y la profundidad Y_0 se mantienen invariable en el intervalo $x (-\infty, 0)$ (ver Figura N° 1). Al infinito aguas abajo el nivel líquido se hace nuevamente constante e igual a Y_∞ . El problema se plantea como el de calcular la distribución de velocidades para $x > 0$, conocidas las condiciones en $x = 0$. En forma rigurosa y ya que se supondrá flujo turbulento el problema es muy difícil de resolver en forma analítica. Se dará aquí una solución semi-empírica que aparece como satisfactoria para las aplicaciones.

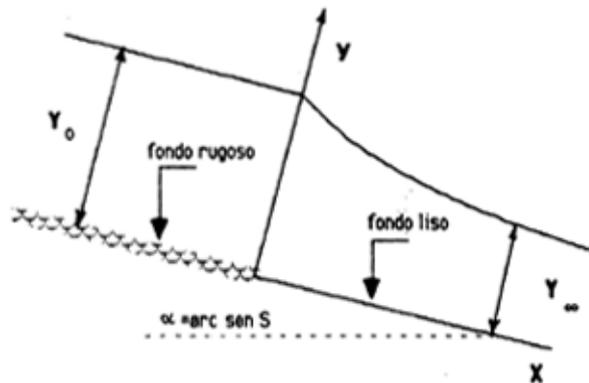


FIGURA 1

Primero se postulará que el perfil de velocidades es logarítmico. Esta conjetura se ha verificado experimentalmente en forma exitosa, como se verá más adelante. Así, la distribución de velocidades puede expresarse como:

$$\frac{u(x, y)}{V_*'(x)} = \frac{1}{\kappa} \text{Log} \frac{y}{y'(x)} \quad (1)$$

$u(x, y)$ es la velocidad local (Ver Figura N° 2), $V_*'(x)$ es la velocidad de cizalle local en el contorno.

κ es el coeficiente de Von Kármán: él es cercano a 0,4 para un escurrimiento dinámicamente establecido. En el presente estudio su valor es

desconocido salvo para $x \leq 0$ y para $x \rightarrow \infty$, en que el valor $\kappa = 0,4$ se puede asumir como razonable.

$y'(x)$ es la escala local de referencia para y . Para escurrimiento rugoso dinámicamente establecido ella puede darse aproximadamente por:

$$y' = Ck_s \quad (2)$$

en donde k_s es la rugosidad de Nikuradse, C es una constante cercana a 0,108 <5>.

Si el canal es liso, siempre en régimen dinámicamente establecido:

$$y' = D \frac{v}{V_*} \quad (3)$$

D es una constante cercana a 0,033 <5>

En el problema que aquí se estudia es razonable suponer que para $x \leq 0$ vale la fórmula (2) y que para $x \rightarrow \infty$ y' está dado por la relación (3). Así, se pueden definir:

$$y'_0 = Ck_s \quad (4)$$

$$y'_\infty = Dv/V_{* \infty} \quad (5)$$

Dadas las condiciones en $x = 0$, las condiciones al infinito aguas abajo quedan bien definidas. En efecto, integrando la ecuación (1) se encuentra:

$$\begin{aligned} q = \text{Cte} &= \frac{V_{*0}}{\kappa} Y \left(\text{Log} \frac{Y}{y'} - 1 \right) = \frac{V_{* \infty}}{\kappa_\infty} \left(\text{Log} \frac{Y_\infty}{y'_\infty} - 1 \right) Y_\infty \\ &= \frac{V}{\kappa_0} Y_0 \left(\text{Log} \frac{Y_0}{y'_0} - 1 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Aquí q es el gasto unitario: se supone un escurrimiento bidimensional. Y es la profundidad en la abscisa x . Los subíndices 0 e ∞ representan $x=0$ y $x=\infty$, respectivamente. Suponiendo que $\kappa_0 = \kappa_\infty \approx 0,4$ y que para un canal infinitamente ancho $V_* = \sqrt{gYS}$ en donde S es la pendiente del canal, resulta

claro de las ecuaciones (6) que si las condiciones para $x = 0$ son dadas, las correspondientes a $x = \infty$ se pueden determinar sin otra dificultad que no sea numérica.

Se ve entonces que el problema es conocer V_{*0} , κ y y' como función entre $x=0$ y $x \rightarrow \infty$. Esto debe ser resuelto por vía experimental.

ESTUDIO EXPERIMENTAL

Se empleó un canal rectangular de pendiente variable y paredes de vidrio. Las dimensiones generales eran: largo = 8,5 (m); ancho = 0,5 (m); altura = 0,5 (m). Las condiciones del escurrimiento eran supercríticas en todos los ensayos. El inicio del canal se cubrió con una capa de grava de diámetro uniforme. Se usaron tres diámetros: $d = 1$ (cm), 2 (cm) y 3 (cm). Aguas abajo de este fondo rugoso y a nivel con la cresta de las rugosidades se fijó un fondo falso liso. Dado que las profundidades nunca fueron mayores que 10 (cm) resultó plausible suponer que el canal se comportaba como bidimensional (6) en el eje central. En dicho eje se midió el perfil de velocidades mediante un tubo de Pitot, para las abscisas $x = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ y 140 (cm). A posteriori se pudo comprobar que se verificaba correctamente para $x = 0$:

$$\frac{V_0}{V_{*0}} = \frac{1}{\kappa} \text{Log} \frac{Y_0}{k_s} + 6,0 \quad (7)$$

aquí V_0 era la velocidad media para $x = 0$; $V_* = \sqrt{gY_0 S}$ y $k_s = d$. Así, se pudo afirmar que el escurrimiento inicial cumplía con el requisito de ser bidimensional. No se pudo hacer la misma verificación para x elevados, dado el rango restringido de abscisas ensayadas. Pero los cálculos mostraron, empleando la ley logarítmica para $b = 50$ (cm) y $b = \infty$ una pequeña diferencia lo que permitió suponer que la hipótesis de escurrimiento bidimensional para $x \rightarrow \infty$ era razonable.

Un croquis típico de los perfiles de velocidades resultantes se muestra en la Figura N° 2.

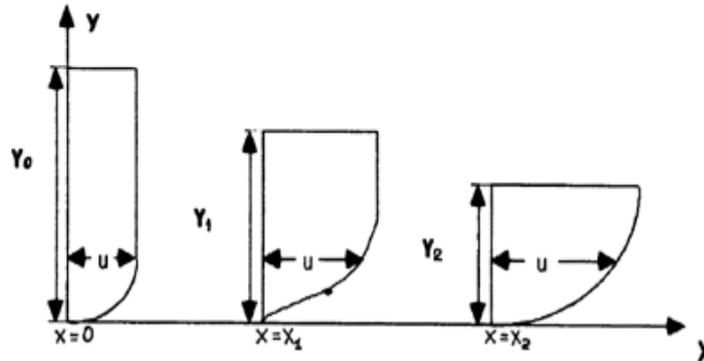


FIGURA 2

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los perfiles de velocidades fueron interpretados a través de la relación logarítmica:

$$u(x,y) = a_0(x) + a_1(x) \text{Log } y \quad (8)$$

El cálculo de $a_0(x)$ y $a_1(x)$ se realizó bajo la condición de mínimos cuadrados, encontrándose una buena correlación: salvo en casos de evidente error experimental el coeficiente de correlación R entre u y $\text{Log } y$ era mayor que 0.95 y en la mayor parte de los casos cercanos a 0.99.

Se presenta de inmediato el problema de la escala para las abscisas; esto es, cuál es la magnitud lineal que debe emplearse para hacer adimensional x . En este caso hay dos escalas para elegir, a saber y'_0 y y'_∞ , lo que implica una cierta ambigüedad. Pero ella desaparece si se consideran adecuadamente, las expresiones (4) y (5); de ellas se deduce que:

$$\frac{y'_0}{y'_\infty} = \frac{C}{D} \frac{V_{* \infty} K_S}{\nu} \quad (9)$$

y como $V_{* \infty}$ es conocida de la resolución numérica de las ecuaciones (6), da lo mismo tomar como escala de longitudes y'_0 o y'_∞ . Aquí se eligió tomar y'_∞ , y entonces definir una abscisa adimensional como:

$$X_* = \frac{x V_{* \infty}}{\kappa}$$

Comparando las ecuaciones (1) y (8), se deduce:

$$a_1(x) = \frac{V_{\#}}{\kappa} \quad (10)$$

$$\frac{a_0(x)}{a_1(x)} = \text{Log} \frac{1}{y'} \quad (11)$$

Conocidos $(V_{\#}/\kappa)$ y (Y/y') como funciones de $X_{\#}$, el perfil de velocidades queda bien definido de las ecuaciones (1) y (6). Para estudiar la evolución de $(V_{\#}/\kappa)$ y (Y/y') se han introducido los parámetros siguientes:

$$\eta = \frac{(V_{\#}/\kappa)}{(V_{\#}/\kappa)_{\infty}} \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{\text{Log}(Y/y')}{\text{Log}(Y/y')_{\infty}} \quad (13)$$

Tanto η como λ deben tender a 1 cuando X_{∞} tiende al infinito; para $X_{\#}=0$ ellas valen:

$$\eta_0 = \left| \frac{Y_0}{Y_{\infty}} \right|^{1/2} \quad (14)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{Log}(Y_0/C k_s)}{\text{Log}(Y_{\infty} V_{\# \infty}^2 / \nu D)} \quad (15)$$

La evolución de η y de λ con $X_{\#}$, usando como parámetro $Re_{\#0} = V_{\#0} k_s / \nu$ se muestra en las Figuras N° 3 y 4, respectivamente.

η parte para $X_{\#} = 0$ de un valor que depende de $Re_{\#0}$. Pero rápidamente "pierde la memoria" y se acerca a la asíntota en una forma que no depende en forma significativa de $Re_{\#0}$, al menos dentro del rango en que se experimentó.

Puede observarse que el acercamiento a $\eta = 1$ es muy lento. Una característica curiosa es que η ostenta un mínimo cercano a 0,5 para $X_{\#}$ del

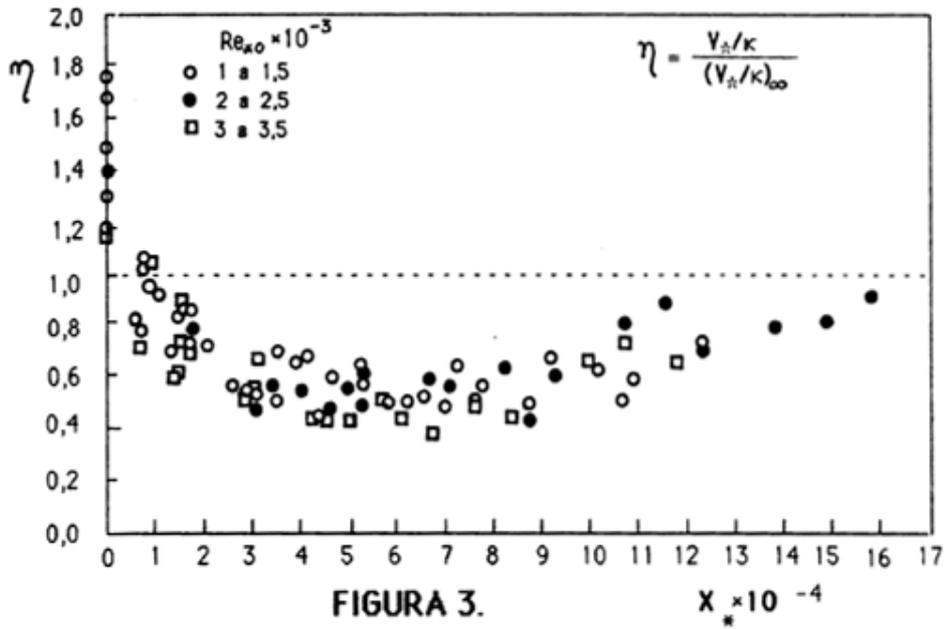


FIGURA 3.

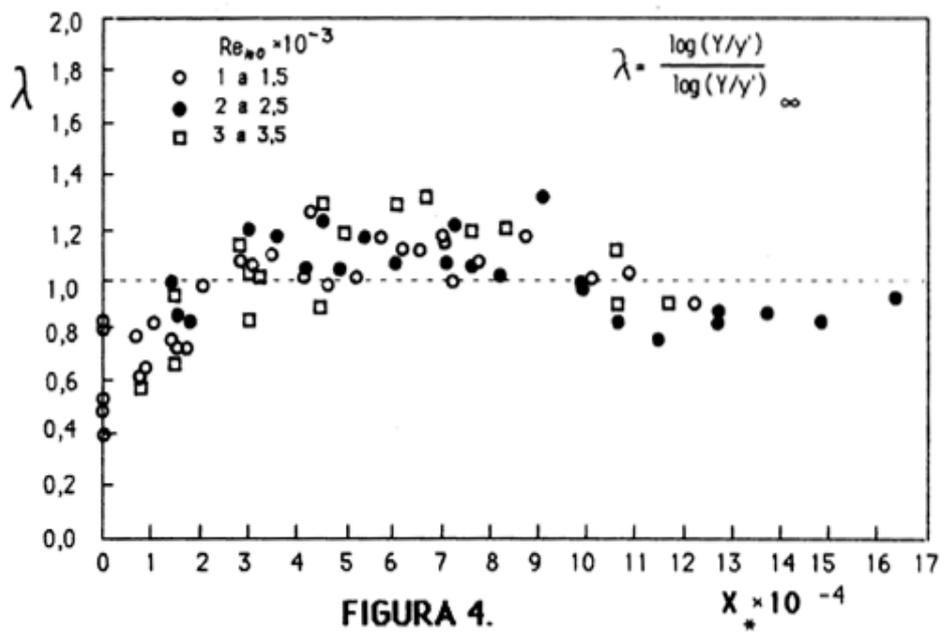


FIGURA 4.

orden de 70000. Esto puede explicarse de las consideraciones siguientes: para $X_* \leq 0$ los torbellinos cerca del contorno pueden tener tamaño del orden de k_s , esto es, bastante grande. Para $X_* > 0$, estos torbellinos persisten pero no pueden disipar energía a una tasa elevada debido a su tamaño y entonces la tensión tangencial en el contorno cae bruscamente a un valor pequeño. Posteriormente, el tamaño y distribución de los torbellinos se ajusta lentamente a la nueva condición de pared.

La evolución de λ con X_* (Figura N° 4) muestra un parentesco con la de η . Aquí existe un máximo cercano a 1,3 para $X_* \approx 7000$. La razón puede ser la misma que se avanzó para el mínimo de η si se considera que es plausible suponer que $y'(x) \propto v/V_*(x)$; así el mínimo de η debe corresponder a un máximo de $\text{Log}(Y/y')$ y por lo tanto de λ .

CONCLUSIONES

1. La evolución con la abscisa del perfil de velocidades en el escurrimiento supercrítico sobre una transición de fondo rugoso a fondo liso puede describirse a través de los parámetros adimensionales λ y η , que dependen de la abscisa adimensional X_* .

2. Estos parámetros evolucionan lentamente con X_* para valores elevados de X_* y tienden así lentamente a 1.

3. η muestra un máximo y λ muestra un mínimo, para $X_* \approx 70000$.

4. η y λ dependen del número de Reynolds Re_* del flujo rugoso inicial solo para X_* pequeño; para X_* grande, la dependencia de η y λ con Re_* es débil, al menos en el rango en el que aquí se trabajó.

AGRADECIMIENTOS

El presente estudio se realizó como parte de un Convenio suscrito entre la Universidad de Los Andes y el Laboratorio Nacional de Hidráulica de Venezuela. Particular mención merece el CDCHT de la Universidad de Los Andes por haber apoyado la investigación a través del Proyecto I-203.

REFERENCIAS

- <1> AGUIRRE, J.: "Capa límite Interna producida por un Cambio de Rugosidad" X Congreso Latinoamericano de Hidráulica, México, D.F., México (1982)
- <2> ANTONIA, R.A. y LUXTON, R.E.: "The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Part. 1, Smooth to Rough", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 48 (1971)
- <3> ANTONIA, R.A. y LUXTON, R.E.: "The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Part. 2, Rough to Smooth, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 53 (1972)
- <4> SCHOFIELD, W.H.: "Turbulent Shear Flow Over Step Change in Surface Roughness". Journal of Fluid Engineering, ASME, Vol. 104 (1981)
- <5> ROUSE, H.: "Critical Analysis of Open-Channel Resistance", J.H.D., ASCE, Vol. 91, HY4, Julio (1965)
- <6> DARCY, H. y BAZIN, H.: "Recherches Hydrauliques". Ed. Dunod. Paris (1965)