Artículo de Investigación. Revista Ciencia e Ingeniería. Vol. 37, No. 2, pp. 53-58, abril-julio, 2016.
ISSN 1316-7081. ISSN Elect. 2244-8780. Universidad de Los Andes (ULA)

Análisis de Sistemas de Eventos Discretos con Redes de Petri

Analysis of Discrete Event Systems with Petri Nets

Mata, Guelvis[1]*; Méndez, Arnaldo[2]; Cardillo, Juan[3] y Chacón, Edgar[3]
[1]Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas, ULA
Mérida 5101, Venezuela.
[2]Facultad de Ingeniería, Departamento de Física y Matemáticas, UNEFM
Falcón 4101, Venezuela.
[3]Facultad de Ingeniería, Escuela de Sistemas, ULA
Mérida 5101, Venezuela.
*gmata@ula.ve

Resumen

Hay un conflicto en un Sistema de Eventos Discretos (SED) cuando dos o más procesos están listos para ejecutar acciones diferentes que dependen directamente de la utilización de un recurso compartido, lo cual podría producir un estancamiento. Este artículo contiene material de Redes de Petri y establece algunas caracterizaciones para el análisis de una clase de SED. Los resultados más resaltantes establecen, bajo ciertas condiciones, la relación entre la ausencia de conflicto y la independencia de la ocurrencia de eventos. Más precisamente, se establecen desde un punto de vista teórico algunas caracterizaciones bajo estructuras de libre decisión, de libre escogencia, seguras y no bloqueadas.

Palabras clave: Sistemas de Eventos Discretos, Redes de Petri, Caracterizaciones, Conflicto e Independencia.

Abstract

There is a conflict in Discrete Event System (SED) when two or more processes are ready to perform different actions that directly depend on the use of a shared resource, which could produce a stalemate. This article contains material Petri Nets and sets some characterizations for the analysis of a class of SED. The most striking results establish, under certain conditions, the relationship between the absence of conflict and the independence of the occurrence of events. More precisely, established from a theoretical point of view some characterizations structures under free choice, free choice, safe and not blocked.

Key words: Discrete Event Systems, Petri Nets, Characterization, Conflict and Independence.

1 Introducción

Las Redes de Petri (RP) son conocidas como un modelo potencial para el análisis y control en Sistemas de Eventos Discretos (SED) concurrentes y asincrónicos. En contraste con ello, siempre es deseable preservar en la representación aspectos importantes tales como disponibilidad y preservación de recursos simples, ausencia de conflictos entre procesos, reiniciación del sistema, no bloqueo del sistema, entre otros; en los cuales se centra el análisis de SED. Ahora, construir una RP conteniendo algún aspecto como los mencionados anteriormente, pasa por una primera reconfiguración, cuando es posible. Así, nuestro interés está centrado en establecer argumentos teóricos para responder sobre la tenencia o no de los aspectos nombrados arriba.

Convencionalmente, las herramientas para el análisis de SED usado RP están fundamentadas en el Árbol de Alcanzabilidad y las Ecuaciones Matriciales. Ambas técnicas, son expresadas directamente en términos del comportamiento dinámico de la red. Sin embargo, la direccionalidad de los argumentos establecidos en este artículo para el análisis es vinculante con la estructura propia de la red y no de su dinámica. Los resultados más resaltantes establecen, bajo ciertas condiciones, la relación entre la ausencia de conflicto y la independencia de la ocurrencia de eventos, permitiendo desde un punto de vista teórico algunas caracterizaciones bajo estructuras de libre decisión, de libre escogencia, seguras y no bloqueadas.

La organización de este material es como sigue: Comenzamos dando las definiciones básicas de la teoría de las RP e incluiremos su comportamiento dinámico. Luego, expresamos conceptualmente algunas de sus propiedades junto con su formalidad matemática; para finalmente, establecer los resultados teóricos de análisis y su aplicabilidad.

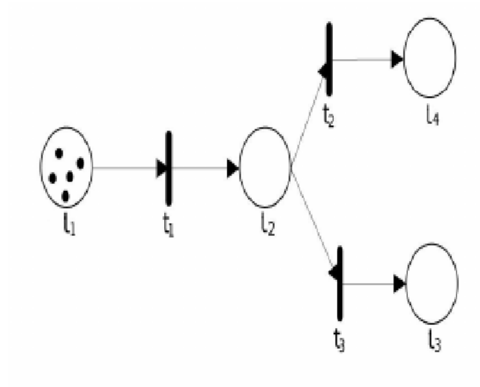

Fig. 1. Una **RP** marcada con marcación inicial $m = (5, 0, 0, 0)$.

2 Definiciones Básicas

Una Red de Petri (RP) es un cuádruple $R = (L, T, E, S)$ donde $L = \{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ es un conjunto finito de lugares, $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_k\}$ es un conjunto finito de transiciones, $L \cap T = \emptyset$, $E : T \to L^\infty$ es una función de entrada: para cada $t \in T, E(t) \in L^\infty$ es llamado multiconjunto de lugares de entrada para t (L^∞ denota el multiconjunto con números de ocurrencias ilimitado); y $S : T \to L^\infty$ es una función de salida: para cada $t \in T, S(t) \in L^\infty$ es llamado multiconjunto de lugares de salida para t.

Ahora, para determinar el comportamiento dinámico de la red damos paso a la representación de estatus de lugares asociando a cada lugar de la red un número natural que especifica un significado preciso de la condición del lugar. Formalmente, una RP marcada es un par $M = (R, m)$, donde R es una RP y $m : L \to \mathbb{N}, \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$, es una función de marcación (o marcación): para cada $l_i \in L, m(l_i) \in \mathbb{N}$ es llamado número de fichas en el lugar l_i; la cual especifica un vector $m = (m_1, m_2, \ldots, m_n), n = \text{card}L, m_i \in \mathbb{N}, i = 1, 2, \ldots, n$ con $m(l_i) = m_i$ (Castellano , 2006; Mata y col., 2015; Peterson , 1981).

Las RP marcadas pueden ser representadas por grafos dirigidos donde los lugares son representados por círculos y las transiciones por barras. Si un lugar l_i es un lugar de entrada para una transición t ; es decir $l_i \in E(t)$, entonces hay $|l_i, E(t)|$ (número de veces que l_i está en el multiconjunto de lugares de entrada $E(t)$) arcos dirigidos del correspondiente círculo a la correspondiente barra. Si un lugar l_j es un lugar de salida para la transición t; es decir, $l_j \in S(t)$, entonces hay $|l_j, S(t)|$ (número de veces que l_j está en el multiconjunto de lugares de salida $S(t)$) arcos dirigidos de la correspondiente barra al correspondiente círculo. Finalmente, las fichas son representadas por puntos en el interior del círculo y, en consecuencia, la función de marcación es representada por el número de puntos en el interior de cada círculo (ver fig 1.).

En relación al comportamiento dinámico de una RP debemos considerar que una marcación representa el estatus de cada uno de los lugares en la red. Así, ésta especifica exactamente el estado actual del sistema que establece las condiciones lógicas para la ocurrencia de eventos, luego, una vez que ocurra un evento las condiciones del sistema varían dando lugar a una nueva marcación o estado. Más precisamente, una transición $t \in T$ en una RP marcada $M = (R, m)$ es llamada habilitada si $m(l_i) \geq |l_i, E(t)|$, para todo lugar $l_i \in L$. En este caso también diremos que la transición t es habilitada por la marcación m. El conjunto de transiciones habilitadas por la marcación m es dado por $\mathcal{E}\ (m) = \{t \in T / m(l_i) \geq |l_i, E(t)|, \forall l_i \in L\}$.

Ahora, si $t \in \mathcal{E}\ (m)$ entonces la marcación m' dada por $m'(l_i) = m(l_i) - |l_i, E(t)| + |l_i, S(t)|$, $i = 1, 2, \ldots, n; n = \text{card } L$, es llamada marcación alcanzable desde m por el disparo de t. Además, si $t' \in \mathcal{E}\ (m')$ y esta es disparada obtenemos como antes una marcación m'', y así sucesivamente. Por lo tanto, se obtiene una función de cambio de marcaciones, la cual puede ser extendida de manera natural; es decir, si la función de cambio de marcaciones $\delta : \mathbb{N}^n \times T \to \mathbb{N}^n, n = \text{card } L$, es dada por $\delta(m, t) = m'$ donde $m'(l_i) = m(l_i) - |l_i, E(t)| + |l_i, S(t)|, i = 1, 2, \ldots, n$; entonces su extensión es la función parcial $\widehat{\delta} : \mathbb{N}^n \times T^* \to \mathbb{N}^n$, dada por $\widehat{\delta}(m, \theta) = m$ y $\widehat{\delta}(m, \sigma t) = \delta(\widehat{\delta}(m, \sigma), t), m \in \mathbb{N}^n, t \in T, \sigma \in T^*$. Aquí, T^* denota el monoide libre con unidad θ: T^* es el conjunto de todas las combinaciones finitas de elementos de T (Eilemberg , 1974). Finalmente, como $\widehat{\delta}$ es una extensión de δ no haremos distinción notacional entre ambas.

Note que la función parcial de cambio de marcaciones δ está definida en (m, t) sí, y solamente sí, $t \in \mathcal{E}\ (m)$.

Por su parte, en una RP marcada $M = (R, m_0)$, una marcación $m \in \mathbb{N}^n, n = \text{card } L$, será llamada alcanzable desde m_0 sí existe una sucesión de disparos de transiciones $\sigma = t_{j_1} t_{j_2} \ldots t_{j_k} \in T^*$ tal que $\delta(m_0, \sigma) = m$. Luego, el conjunto de alcanzabilidad de la RP desde la marcación m_0

es dado por $A(R, m_0) = \{m \in \mathbb{N}^n / \exists\sigma \in T^*, \delta(m_0, \sigma) = m\}$.

Por ejemplo, en la RP marcada dada en la Fig 1, $\mathcal{E}(m) = \{t_1\}$. El disparo de t_1 conduce a la marcación dada en la Figura 2.

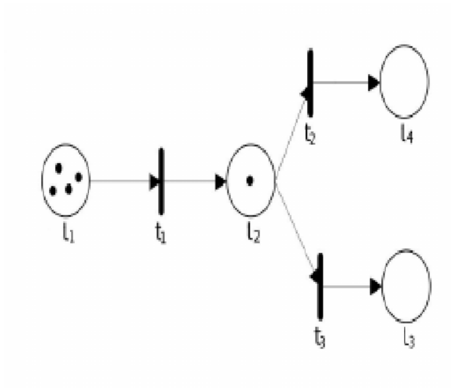

Fig. 2. Una **RP** marcada producto del disparo de t_1.

3 Propiedades

En muchos sistemas encontramos que las ocurrencias de diferentes eventos están atadas a una precondición común (condiciones necesarias para la ocurrencia de eventos); dualmente, atadas a una postcondición común (condiciones resultantes de la ocurrencia de eventos). Cuando este no es el caso: no hay precondiciones ni postcondiciones comunes entre eventos diferentes; entonces la ocurrencia de un evento es “independiente"de la ocurrencia de los otros. Esto es apropiado para decir que la estructura de red para esta clase de sistemas es de libre decisión. Esto es,

Definición 1 *Una RP $R = (L, T, E, S)$ es llamada de libre decisión si $E(t_i) \cap E(t_j) = \emptyset$ y $S(t_i) \cap S(t_j) = \emptyset$, para cualesquiera $t_i, t_j \in T, i \neq j$.*

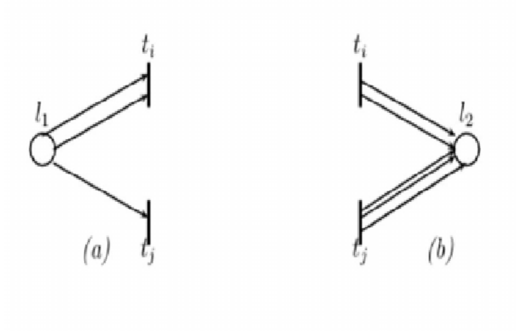

Fig. 3. Dos fragmentos de redes representando de izquierda a derecha dos transiciones con un lugar de entrada común y con un lugar de salida común respectivamente.

Otra propiedad importante, relativa a la estructura de una RP, es la libre escogencia. Tal propiedad es incluida para representar la ocurrencia de diferentes eventos “dependientes"de la misma precondición (ver figura 3.(a)), la cual definimos como sigue.

Definición 2 *Una RP $R = (L, T, E, S)$ es llamada de libre escogencia si para todo par $t_i, t_j \in T, t_i \neq t_j$, se tiene que $E(t_i) \cap E(t_j) = \{l\}$ para algún $l \in L$ o $E(t_i) \cap E(t_j) = \emptyset$.*

Sea l un lugar en una RP marcada $M = (R, m_0)$ representando, por ejemplo, un depósito de almacenamiento o una cola de capacidad infinita, y sea $m(l)$ representando el número de espacios vacíos en el depósito o el número de clientes en espera en una cola respectivamente, en la marcación m. Entonces, el acotamiento de $l : \forall m \in A(R, m_0), m(l) \leq k$ para algún $k \in \mathbb{N}$; garantiza la ausencia de capacidad de desbordamiento de l. Finalmente, si l representa un recurso simple entonces debe ser acotado por 1 indicando con ello la disponibilidad o no del recurso.

Definición 3 *Un lugar $l \in L$ en una RP marcada $M = (R, m_0)$ es llamada k-acotado si existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $m(l) \leq k$, para todo $m \in A(R, m_0)$. Si todos los lugares en la red son k-acotados, entonces la red es llamada k-acotada o simplemente acotada. En particular, si la red es 1-acotada diremos que la red es segura.*

Por otro lado, el conflicto en un SED es un rasgo indeseable; por ejemplo, en Sistemas de manufactura éste podría implicar algún grado de injusticia en la asignación de recursos compartidos por diferentes procesos. Para evitar, de manera general, un conflicto en un SED incluiremos una estructura de red marcada que garantiza que cualquier evento posible, en cualquier estado del sistema, puede ser inhabilitado solamente por su propia ocurrencia. Más precisamente,

Definición 4 *Una RP marcada $M = (R, m_0)$ es llamada persistente si para todo $m \in A(R, m_0)$, y todo par $t_i, t_j \in T; t_i \neq t_j; t_i, t_j \in \mathcal{E}(m)$, se tiene que $t_i \in \mathcal{E}(\delta(m, t_j))$.*

Un estancamiento en un SED significa que en algún estado del sistema no puede ocurrir ningún evento. Para evitar esto, incluiremos una clase de redes llamadas no bloqueadas que, adicionalmente, aseguran que todos los procesos modelados pueden ocurrir.

Definición 5 *Una RP marcada $M = (R, m_0)$ es llamada no bloqueada (viva) si para toda marcación $m \in A(R, m_0)$ y toda transición $t_i \in T$, existe una marcación $m' \in A(R, m_0)$ alcanzable desde m tal que $t_i \in \mathcal{E}(m')$.*

La reiniciación implica el comportamiento cíclico de un sistema. Por lo tanto, el sistema puede ser inicializado desde cualquier estado alcanzable. Esto es,

Definición 6 *Una RP marcada $M = (R, m_0)$ es llamada reiniciable si para toda marcación $m \in A(R, m_0), m_0 \in A(R, m)$.*

Finalmente, la consistencia de una RP significa que hay una sucesión de disparos de transiciones que permite retornar una marcación así misma, disparando todas las transiciones en la red. Esto es,

Definición 7 *Una RP es llamada consistente si existen una marcación $\overline{m}$ y una sucesión de disparos de transiciones σ, con $\delta(\overline{m}, \sigma) = \overline{m}$, tal que toda transición de T aparece por lo menos una vez en σ.*
(Murata , 1989; Peterson , 1981)

4 Análisis de RP

En esta sección serán dados los argumentos teóricos para el análisis de RP, los cuales caracterizaran la clase de redes persistentes mediante la estructura propia de la red.

Proposición 1 *Si $R = (L, T, E, S)$ es una RP de libre decisión, entonces $M = (R, m_0)$ es persistente.*

Demostración
Sea $m \in A(R, m_0)$, y sean $t, t' \in \mathcal{E}(m)$ con $t \neq t'$. Como R es de libre decisión, entonces $E(t) \cap E(t') = \emptyset$. Sea $\delta_i(m, t)$ la componente i-ésima de $\delta(m, t)$. Si $l_i \notin E(t)$, entonces

$$\delta_i(m, t) = m(l_i) - |l_i, E(t)| + |l_i, S(t)| =$$

$$m(l_i) + |l_i, S(t)| \geq m(l_i) \geq |l_i, E(t')|$$

Finalmente, si $l_i \in E(t)$ entonces $l_i \notin E(t')$; de donde, $|l_i, E(t_i)| = 0$. En consecuencia, $\delta_i(m, t) \geq 0 = |l_i, E(t')| = 0$. Luego, $\delta_i(m, t) \geq |l_i, E(t')|$ para todo $l_i \in L$. Por lo tanto, $t' \in \mathcal{E}(\delta(m, t))$. Luego, M es persistente. ■

Teorema 1 *Si $M = (R, m_0)$ es una RP marcada persistente, entonces para toda marcación $m \in A(R, m_0)$ y todo par de transiciones t, t', con $t, t' \in \mathcal{E}(m)$, $t \neq t'$ se tiene la propiedad siguiente:*

$$l_k \in E(t) \cap E(t'), l_k \notin S(t) \cap S(t') \Rightarrow m(l_k) > 1.$$

Demostración
Sea $m \in A(R, m_0)$, y sean $t, t' \in \mathcal{E}(m)$, con $t \neq t'$, entonces $m(l_i) \geq |l_i, E(t)|$ para todo $l_i \in L$. Sea $l_k \in E(t) \cap E(t')$, entonces en particular $m(l_k) \geq |l_k, E(t)| \geq 1$. Supongamos que $l_k \notin S(t) \cap S(t')$ y $m(l_k) = 1$, entonces por la persistencia de M $\delta_k(m, t) > 0$, así $1 - |l_k, E(t)| + |l_k, S(t)| > 0$. Luego, $1 + |l_k, S(t)| > |l_k, E(t)|$. Ahora, si $l_k \notin S(t)$ entonces $|l_k, E(t)| < 1$; de donde $|l_k, E(t)| = 0$ lo cual es contradictorio.
Finalmente, si $l_k \in S(t)$ entonces $l_k \notin S(t')$. Luego, usando el razonamiento previo tenemos que $\delta_k(m, t') > 0$, con lo cual llegamos a la contradicción $|l_k, E(t')| = 0$. Por lo tanto, $m(l_k) > 1$. ■

Corolario 1 *Dada $M = (R, m_0)$ una RP segura. Si M es persistente, entonces para cualesquiera $m \in A(R, m_0)$; $t, t' \in \mathcal{E}(m)$, $t \neq t'$, se tiene la propiedad siguiente:*

$$l \in E(t) \cap E(t') \Rightarrow l \in S(t) \cap S(t').$$

Demostración
Sea $l \in E(t) \cap E(t')$ y $l \notin S(t) \cap S(t')$, entonces $m(l) > 1$, lo cual contradice la seguridad de M. ■

Observación 1 *Una consecuencia inmediata del corolario 1 es que si $S(t) \cap S(t') = \emptyset, \forall t \neq t'$, entonces $E(t) \cap E(t') = \emptyset, \forall t \neq t'$; con lo cual, para redes seguras, M es persistente si, y solo si, $E(t) \cap E(t') = \emptyset, \forall t \neq t'$. Más aún, M es persistente si, y solo si, R es de libre decisión.*

Teorema 2 *Dada $M = (R, m_0)$ una RP marcada donde E y S tienen rango en el conjunto potencia de L. Supongamos que para toda marcación $m \in A(R, m_0)$, todo par $t, t' \in \mathcal{E}(m)$, $t \neq t'$, y todo lugar $l_k \in E(t) \cap E(t')$ se tiene que $m(l_k) > 1$, entonces M es persistente.*

Demostración
Sea $m \in A(R, m_0)$, y sean $t, t' \in \mathcal{E}(m)$, con $t \neq t'$. Si $l_i \in E(t) \cap E(t')$, entonces por hipótesis $m(l_i) > 1$; de donde

$$\begin{aligned} \delta_i(m, t) &= m(l_i) - |l_i, E(t)| + |l_i, S(t)| \\ &\geq m(l_i) - 1 \geq 1 = |l_i, E(t')|. \end{aligned}$$

Por otro lado, si $l_i \notin E(t) \cap E(t')$ entonces consideramos los casos siguientes: $l_i \in E(t)$ y $l_i \notin E(t)$. Así, $l_i \in E(t) \Rightarrow l_i \notin E(t') \Rightarrow \delta_i(m, t) \geq 0 = |l_i, E(t')|$. Finalmente, $l_i \notin E(t) \Rightarrow \delta_i(m, t) = m(l_i) + |l_i, S(t)| \geq m(l_i) \geq |l_i, E(t')|$. El caso $l_i \notin E(t)$ y $l_i \notin E(t')$ es trivial. Luego, $\delta_i(m, t) \geq |l_i, E(t')|$ para todo $l_i \in L$. Por lo tanto, $t' \in \mathcal{E}(\delta(m, t))$. Luego, M es persistente. ■

Teorema 3 *Dada $M = (R, m_0)$ una RP marcada no bloqueada, donde R es de libre escogencia. Supongamos que las funciones de entrada y salida tienen rango en el conjunto potencia de L. Entonces, la persistencia de M implica que para cualesquiera $t, t' \in T, t \neq t'$, se tiene la propiedad siguiente:*

$$l \in E(t) \cap E(t') \Rightarrow l \in S(t) \cap S(t').$$

Demostración
Supongamos que existen transiciones $t, t' \in T$, $t \neq t'$, y $l \in L$ tales que $l \in E(t) \cap E(t')$ y $l \notin S(t) \cap S(t')$. Como R es de libre escogencia, entonces $E(t) = E(t') = \{l\}$. El no bloqueo de M asegura que existe $m \in A(R, m_0)$ tal que $t' \in \mathcal{E}(m)$; luego, $m(l) > 0$ y en consecuencia $t \in \mathcal{E}(m)$.
Sin pérdida de generalidad, supongamos que $l \in S(t')$ y sea $m' = \delta(m, \phi)$, donde $\phi = tt \ldots t - (m(l) - 1)-$veces, entonces claramente $m' \in A(R, m_0)$; $t, t' \in \mathcal{E}(m')$ pero $t' \notin \mathcal{E}(\delta(m', t))$. Por lo tanto M no es persistente. ■

Observación 2 *Note, desde el teorema 3, que si* $\forall t \neq t'$, $S(t) \cap S(t') = \emptyset$, *entonces* $E(t) \cap E(t') = \emptyset, \forall t \neq t'$; *de donde, para redes de Petri marcadas no bloqueadas con estructuras de libre escogencia,* M *es persistente sí, y solo si,* $E(t) \cap E(t') = \emptyset$, $\forall t \neq t'$. *Más aún,* M *es persistente si, y solo si,* R *es de libre decisión.*

5 Caso de Estudio

En esta sección incluiremos algunos ejemplos para mostrar los argumentos teóricos dados anteriormente.

Ejemplo 1 *Sea la RP dada en la figura 4.*

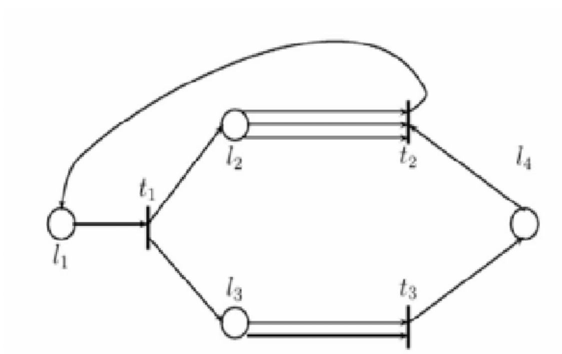

Fig. 4. Una RP de Libre decisión.

Claramente, las $\binom{3}{2} = 3$ *intersecciones entre los multiconjuntos de entradas correspondientes son vacios. Así mismo, las* $\binom{3}{2} = 3$ *intersecciones entre los multiconjuntos de salidas correspondientes son vacios. Por lo tanto, dicha red es libre desición y en consecuencia desde la proposición 1, es persistente.*

Ejemplo 2 *Consideremos la siguiente red.*

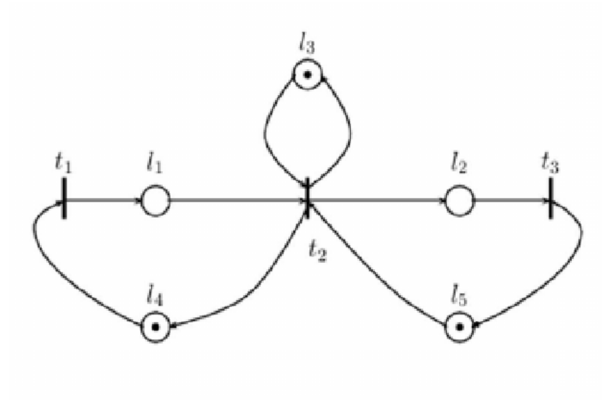

Fig. 5. Una RP Segura.

Ella es claramente segura. Más aún, las $\binom{3}{2} = 3$ *intersecciones* $E(t) \cap E(t')$, $t \neq t'$ *son vacías. Así, desde la observación 1, el sistema está ausente de conflicto.*

Ejemplo 3 *Sea la RP no bloqueada dada en la siguiente figura.*

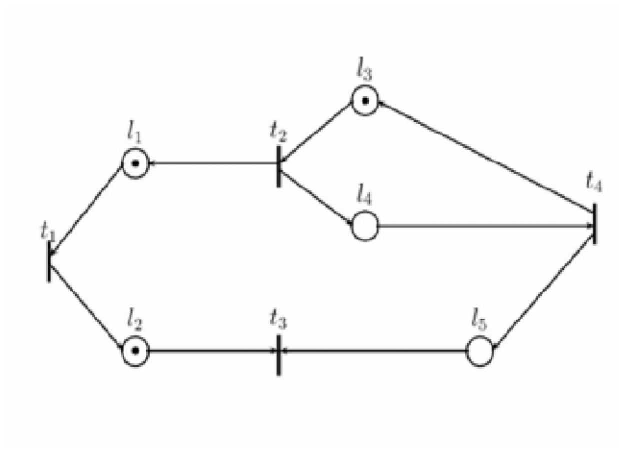

Fig. 6. Una RP no bloqueada.

Claramente las $\binom{4}{2} = 6$ *intersecciones* $E(t) \cap E(t')$, $t \neq t'$ *son vacías, entonces la RP es de libre escogencia. Se sigue, de la observación 2, que la red es persistente.*

Ejemplo 4 *Consideremos la RP ilustrada a continuación*

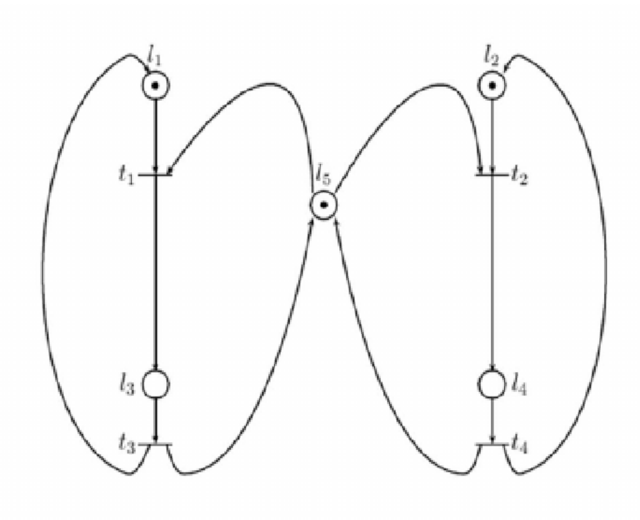

Fig. 7. Una RP segura, no bloqueada.

Esta red es no bloqueada, pero $E(t_1) \cap E(t_2) = \{l_5\}$; luego, desde la observación 2, la RP en cuestión no es persistente. Por otro lado, el análisis puede ser hecho desde la observación 1. En efecto, la red es segura pero no es libre decisión. Por lo tanto, no es persistente.

6 Conclusión

El modelo RP verificando los argumentos teóricos establecidos en la sección 4 proporcionan una estructura para estudiar un amplio rango de SED, donde la estructura de la red es conocida indistintamente de la naturaleza del fenómeno estudiado. De hecho, la ausencia de conflicto (persistencia) no es en general una característica propia del sistema, sino un intento de añadirla bajo ciertas condiciones; más aún, esta podría ser irrealizable materialmente. El resultado final es la construcción de un modelo RP caracterizando las condiciones establecidas.

Agradecimiento

Se hace especial agradecimiento al CDCHTA, ULA-Mérida por el financiamiento parcial de los proyectos de códigos: C-1941-15-05-D y I-1441-15-02-ED.

Referencias

Castellano C, 2006, Consideraciones para el modelado de sistemas mediante Redes de Petri, Revista Ciencia e Ingeniería, UPM, Madrid, ISSN 1316-7081, Vol. 27, No. 2, pp. 49-58.
Eilemberg S, 1974, Automata, languages and machines, Academic Press, New York, Vol. A.
Mata G, Méndez A, Cardillo J, Chacón E, 2015, Modelación de exclusión mutual de sistemas de eventos discretos con Redes de Petri, Revista Ciencia e Ingeniería, ULA., Vol. 36, No. 2, pp. 111-120.
Murata T, 1989, Petri Nets: properties, analysis and applications, Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4.
Peterson J, 1981, Petri net theory and the modeling of systems, Prentice Hall, PTR Upper Saddle River, NJ, USA.

Recibido: *19 de febrero de 2015*

Aceptado: *11 de octubre de 2015*

Mata, Guelvis: *Licenciado en Matemáticas, MsC en Matemáticas, Profesor Asociado activo, Facultad de Ciencias ULA.*

Méndez, Arnaldo: *Licenciado en Matemáticas, Profesor Asistente activo, Facultad de Ingeniería UNEFM, correo electrónico: mendez.arnaldo@ula.ve.*

Cardillo, Juan: *Ingeniero de Sistemas, Magister Sciencitae en Ingeniería de Control, Dr en Ciencias Aplicadas, Docteur Automatique, Profesor Titular activo, Facultad de Ingeniería ULA, Escuela de Sistemas,correo electrónico: ijuan@ula.ve.*

Chacón, Edgar: *Ingeniero de Sistemas, Docteur Ingenieur, en Automatic, Profesor Titular jubilado activo, Facultad de Ingeniería ULA, Escuela de Sistemas,correo electrónico: echacon@ula.ve.*