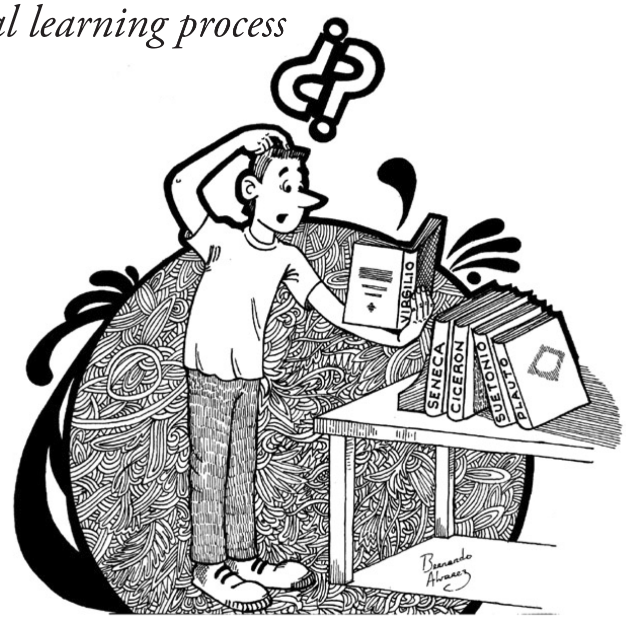
Las dificultades conceptuales en el proceso de aprendizaje de la Matemática en el segundo año de Educación Media

Conceptual difficulties in the mathematical learning process in the second year of Middle Education



Wilmer Orlando López González
Lgwilmer@yahoo.com
Universidad de Los Andes
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación
Mérida, estado Mérida. Venezuela

Wilmary del Valle López Ponce
lopezpwilmary@yahoo.com
Liceo Bolivariano "Gonzalo Picón Febres"
Ministerio del Poder Popular para la Educación
de la República Bolivariana de Venezuela
Mérida, estado Mérida. Venezuela

Artículo recibido: 24/07/2017
Aceptado para publicación: 19/09/2017

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo estudiar las dificultades conceptuales en el aprendizaje de la matemática, en un grupo de estudiantes del segundo año de educación media pública del sistema educativo venezolano. Los participantes demostraron dificultades para reconocer el signo entre los números enteros, conceptualizaron la fracción como un número dividido entre otro, casi intuitivamente no reconociendo el elemento inverso en potencias con exponente negativo, y demostraron que no tenían claro el algoritmo necesario para aplicar el concepto de potencia. Estas dificultades guardan sus implicaciones en el aprendizaje de la matemática, para formar conceptos como polinomios, por ejemplo en las ciencias naturales para interpretar una aceleración negativa, un trabajo negativo, las leyes de Mendel o problemas relacionados con la genética.

Palabras clave: Aprendizaje de la Matemática, Dificultades en el aprendizaje, Aprendizaje de las Ciencias.

Abstract

This research aims to study the conceptual difficulties during the mathematical learning processes in a group of students in the second year of middle education in a Venezuelan public educational institution. The participants showed difficulties in recognizing the signs in integer numbers, conceptualized the fraction as a number divided by another number, almost by intuition, without recognizing the inverse elements with negative exponent and they also showed that they do not know the necessary algorithm to apply the concept of powers. These difficulties keep their implications in theprocess of learning mathematics, to form concepts such as polynomials, for example, in natural sciences to interpret a negative acceleration, a negative work, Mendel's law or problems related to genetics.

Keywords: learning of mathematics, learning difficulties, learning of science

Introducción

El aprendizaje de las ciencias y específicamente el de la Matemática ha sido un camino lleno de dificultades en la construcción de los conceptos dentro de esta ciencia.

El estudio de los errores en el aprendizaje de la Matemática ha sido de permanente interés para diferentes investigadores y se ha caracterizado por aproximaciones e intereses muy disímiles. En las diferentes épocas el análisis y categorización de los errores se ha visto condicionado por las corrientes predominantes en Pedagogía y Psicología, como así también, condicionado por los objetivos y formas de organización del currículo en Matemática (Abrate; Pochulu, y Vargas, 2006).

Los temas tratados en esta investigación, se convierten en prerrequisitos conceptuales dentro de diversos temas de aprendizaje en la matemática y otras ciencias, en pos de una formación básica científica necesaria para la construcción de un nivel de abstracción, que le permita al estudiante de educación media asumir los retos de aprendizaje que plantea el currículo de educación media venezolana.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se presentan dificultades y obstáculos epistemológicos (Bachelard, 2009) referidos a distintos temas tales como: operaciones con números naturales, ley de los signos, operaciones con fracciones, el concepto de potencia, entre otros, que se exponen en planteamientos didácticos a nivel de educación primaria y en el primer año de educación media general. Este proceso, de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se ha convertido durante estos últimos años, en un problema para la sociedad, ya que las instituciones educativas deben proporcionarle a los estudiantes herramientas para resolver problemas de forma general y no para un tipo de situación particular (Rodríguez, 2012).

Es importante señalar que el vencimiento gradual de las dificultades para el aprendizaje y construcción de conceptos en Matemática, por parte de los estudiantes en los primeros años de sus estudios a nivel de educación media general, cobra interés en el aprendizaje de otras ciencias tales como las ciencias naturales, en el sentido de dar explicación e interpretación a diferentes fenómenos naturales a partir de la significación de conceptos, teoremas y ecuaciones matemáticas.

Tomando en cuenta el contexto del nivel de educación media general, los estudiantes del segundo año, se encuentran en edades de las operaciones formales (Piaget, 1971), teniendo un potencial cognitivo para construir los conceptos matemáticos necesarios para el aprendizaje de la Matemática y de otras ciencias, tal como es el caso de las ciencias naturales, a partir de los conocimientos previos adquiridos en la escuela primaria (Ausubel, 1978).

En esta investigación se analizó las dificultades conceptuales presentes en el proceso de aprendizaje de la matemática en sus dimensiones: operaciones con números enteros, concepto de fracción y concepto potencia, en un grupo de estudiantes del segundo año de educación media general del sistema educativo venezolano, para lo cual se planteó los siguientes objetivos:

Identificar las dificultades presentes en el proceso de aprendizaje de la matemática, en sus dimensiones: operaciones con números enteros, concepto de fracción y concepto potencia.

Analizar las dificultades presentes en el proceso de aprendizaje de la matemática, en sus dimensiones: operaciones con números enteros, concepto de fracción y concepto potencia.

Describir las implicaciones de las dificultades conceptuales en el aprendizaje de la matemática en la construcción de conceptos dentro la ciencia Matemática y las Ciencias Naturales.

Bases teóricas

Los errores

A lo largo de los siglos pensadores e investigadores han dedicado su vida a estudiar la capacidad del hombre por conocer y comprender el universo. En su afán de encontrar respuestas a todas sus preguntas han sido una gran cantidad de conocimientos que hoy sabemos que son erróneos pero como el hombre siempre está "examinando persistentemente su conocimiento mediante la infatigable critica racional y mediante la autocrítica" (Rico, Kilpatrick, y Gómez, 1998 p.71), descubre que estos errores son el resultado de contradicciones, interpretaciones justificaciones falsas.

El estudio de los errores se ha apoyado en algunas teorías de la psicología cognitivo. Las teorías cognitivas centran sus estudios en los procesos al interior de la mente humana que conducen al aprendizaje. Dentro de sus objetos de estudio también se encuentra el cómo se asimila la nueva información y cómo se transforma para ser asimilada. Además, el cognitivismo asegura que las mentes de los hombres no se encuentran totalmente en blanco, por el contrario, existen conocimientos anteriores, que le permiten interactuar con el medio que los rodea.

Es decir, para el aprendizaje significativo de nuevos conocimientos, el individuo debes restructurar y acomodar los antiguos conocimientos, para poder encontrarle significado y resolver a sus reflexiones y preguntas. Y es aquí, cuando surgen los errores, al intentar acomodar los saberes anteriores con los nuevos Bello, 2004; Mortimer 2000). Bien lo señala Matz "los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación "(Ruano, Socas, y Palarea, 2003). Los errores son producto de esquemas cognitivos equivocados en la mente de cada hombre y "no sólo son consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste" (Ruano, Socas, y Palarea, op cit).

Los errores en matemáticas (Rico 1995), son evidencia de esquemas cognitivos inadecuados en la mente que "impiden el aprendizaje de nuevos contenidos su análisis sirve de ayuda al docente en el docente en el docente en el docente en el momento de planificar las actividades áulicas" (Mata, Porcel y Romero, C. 2005).

Por otro lado, dentro de las diversas categorías existentes que pueden ayudar a profundizar el estudio de los errores, se destacan las construidas por: Movshovitz-Hadar, Zaslavksy e Inbar (1987) "que clasifican los errores desde una base empírica, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizada por experto". Estos autores proponen seis categorías:

- Datos mal utilizados
- Interpretación incorrecta del lenguaje
- Inferencias no válidas lógicamente
- Teoremas o definiciones deformadas
- Falta de verificación en la solución y errores técnicos.

La clasificación anterior se basa más en el conocimiento matemático que en los procesos mentales, cuando se intenta avanzar desde la descripción de los patrones de error y las técnicas falsas hasta llegar a un análisis de las causas de los errores en las cogniciones de los alumnos; la base teórica que la sustenta se queda corta al intentar dar explicación a ciertos errores que se presentan.

Algunos autores han propuesto categorizaciones, desde un punto de vista epistemológico, estas categorizaciones no pasan los niveles básicos meramente descritos y no existe un sustento teórico que permita clasificar, interpretar y predecir los errores como consecuencia de argumentos epistemológicos.

Dentro de las categorías existentes, la de Radatz (1979 y 1980) surge a partir de la teoría del procesamiento de la información, que se encuentra dentro de las teorías de la psicología cognitiva, de la cual se habla a continuación para entender con mayor claridad dichas categorías.

EDUCERE - Investigación Arbitrada - ISSN: 1316-4910 - Año 21 - Nº 70 - Septiembre - Diciembre 2017 / 653 - 667

Dificultades para operar con números enteros

Los números enteros forman parte de los conceptos matemáticos que generan dificultades en su proceso de aprendizaje. En la vida cotidiana utilizamos algunas expresiones que indican el uso de números enteros positivos y negativos por ejemplo cuando se quiere decir que algún cuerpo o sistema está a temperatura por debajo de cero grados centígrados o por encima del cero, o tantos metros por debajo del nivel del mar (Maca, 2016).

Tal como lo afirma Pozo (2002) que el profesor a través de planteamientos didácticos poco acertados, promueven la mecanización o memorización en el aula en el proceso de aprendizaje de la matemática, y esto queda evidenciado cuando se le cambia el signo a las cantidades o simplemente se le cambia de una suma a una resta y no saben cómo resolver el ejercicio o problema.

Una de las dificultades más acentuadas en los estudiantes de educación media, es la referida para operar con números negativos, probablemente debido a que en la educación primaria se insiste en operar con números naturales en incluso se realizan actividades para ordenar números naturales con respecto al cero de menor a mayor o viceversa.

Cuando se da una mirada a la historia de los números enteros, Castillo (2014) señala que las reglas que rigen las operaciones matemáticas con números negativos se presentan por primera vez por lo menos de forma explícita en la obra del matemático hindú Brahmagupta hacia el año 628 D. C. En el que se explica cómo realizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potenciaciones con los "bienes" (los números positivos), las deudas (los números negativos) y la nada (el cero). El número como expresión de cantidad es una idea que actúa como obstáculo o dificultad y fue una creencia reforzada hasta el siglo XIX donde las matemáticas describen y demuestran verdades acerca del mundo real (Iriarte, Jimeno y Vargas, 1991). Estos investigadores ejemplifican esta situación al preguntarle a un estudiante que si podría encontrar una situación real en la que tenga sentido -(-3). El estudiante contesta: "No, porque no es posible quitar una cosa que no existe". Ante esta respuesta las investigadoras Iriarte, Jimeno y Vargas Op. Cit., comentan que "nadie dice tengo -300 pesetas sino me faltan 300 pesetas", y el prescindir del negativo no provoca ningún problema.

Además de las dificultades que trae identificar el número como cantidad, también se han encontrado errores al conceptualizar la suma como aumento cuando se les pregunta a los estudiantes qué número sumado a 7 da 2 como resultado. También reportan Iriarte, Jimeno y Vargas Op. Cit., que se han encontrado dificultades relacionadas con el error entre enteros negativos y enteros positivos al contestar un estudiante que el número mayor en una unidad a -3 es -4.

Para trascender hacia la conceptualización formal de los número enteros dentro de un lenguaje matemático que establece relaciones entre números y letras dentro de la aritmética y el álgebra, se deben emplear estrategias de enseñanza que permita al estudiante romper la conceptualización del número como representación de lo real a una más abstracta y formal dentro del lenguaje matemático que le permita interpretar y comprender cabalmente hechos y fenómenos de su vida cotidiana.

Dificultades en el aprendizaje de los números racionales o fraccionarios

El concepto de fracción está presente en los más diversos contextos de uso. En el contexto escolar, fracción hace parte del currículo de educación básica. Se observa, que a pesar de que la mayoría de los estudiantes pasan un tiempo razonable de instrucción escolar, continúan enfrentando problemas con ese concepto matemático (Butto, 2013).

En el proceso de transposición didáctica del campo matemático para la esfera didáctico-pedagógica, el simbolismo a/b pasa a tener un significado restringido. Aquí fracción es vista como una partición; como la representación de la conjugación de dos acciones: dividir/tomar (dividir/comer, dividir/pintar). La fracción ¾, por ejemplo, representa dividir un todo en cuatro partes iguales y tomar tres. En ese abordaje, las representaciones más usuales en la escuela son pizzas, pasteles y figuras geométricas que acaban reduciendo las ideas que involucran el referido concepto. De acuerdo con Maia, Cámara y Cámara (1991) la idea de fraccionamiento trae consigo una idea explícita de que cuando algo es dividido, es necesariamente dividido en porciones menores que el todo inicial, cada una de esas porciones menores es igual y es una fracción de lo que fue un "todo" en su forma original. Cuando el "todo" no es suficientemente claro para los estudiantes, la idea de unidad es oscura y el fraccionamiento es difícil. Las dificultades típicas que los niños enfrentan con ese abordaje se presentan al tratar con una fracción impropia (e.g., 5/2). De acuerdo con esta perspectiva de fraccionamiento, tendríamos que el número de partes tomadas es mayor que el número de partes divididas. De acuerdo con esos autores, algunos sujetos afirmaban que *"el número de arriba es cuantas partes se va a pintar y el de abajo cuantas partes se va a dividir el circulo"*; en ese sentido, se reafirma la comprensión de la fracción en términos de la conjugación de dos acciones: dividir/tomar. Ese abordaje en el concepto de fracción es común en los libros de texto para la enseñanza primaria. Davydov y Tsvetkovich (1991), por ejemplo, critican el aprendizaje de concepto de fracción en los manuales tradicionales de matemática elemental.

Chaffe-Stengel y Noddings (1982), creen que esa manera de abordar el concepto de fracción en la instrucción escolar es guiado por un modelo conceptual parte-todo y el concepto de fracción aparece como parte de cosas que no son números. Aquí surge, entonces un obstáculo para los niños: ¿Cómo pueden entender fracción cuando son llamados a operar, por ejemplo, con una suma o una resta de fracciones, particularmente con denominadores distintos, cuando la metáfora "fracción como parte" ofrece pocos elementos para resolver ese problema?. Aun así la metáfora sería rudimentaria e impediría la interrelación entre la comprensión simbólica y numérica. De esa manera, los niños cometen errores sistemáticos derivados de la metáfora de fracción como parte-todo, como en el caso de las fracciones impropias. *Si las fracciones son parte de un todo, entonces ¿Cómo podemos hablar de una cosa que es mayor de una cosa de la cual partimos?* Se concluye que el entendimiento de fracciones como partes de un todo no posibilita el entendimiento adecuado del concepto y crea una dependencia con los objetos concretos.

Otra falla es la variedad de operaciones sobre fracciones requeridas para forzar al estudiante a aprender los algoritmos para cada una de las operaciones, resultando en una graduación de señales que permanece aislado de la comprensión de todos los números que están interconectados, así por ejemplo, se comienza por entender ½ como dividir el todo en dos partes y tomar una; posteriormente en la multiplicación de fracciones se enseña la regla "ad hoc" $½ \times 5$ significa "tomar la mitad de 5", se introduce como una propiedad adicional, mística de la fracción ½. Chaffe-Stengel y Noddings (1982) creen que es necesaria una secuencia de conceptos que lleven a los niños a comprender mejor la transición de los números enteros a los números fraccionarios.

Dificultades en la aplicación del concepto de potencia

Es en el pensamiento numérico donde se ubica la aritmética, rama de la matemática que tiene como objetivo el estudio de los números y sus propiedades. Es en este pensamiento donde se definen las competencias aritméticas que cada estudiante debe alcanzar por grado de escolaridad. En los primeros años, entiéndase hasta quinto primaria, se les enseña a contar conjuntos de objetos, a leer y escribir los números, y se crean las nociones de las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división. Junto con las operaciones de suma y multiplicación se muestran las propiedades que cumplen los números naturales y fraccionarios: asociativa, conmutativa y distributiva. Reconocen propiedades de los números naturales y los clasifica como pares, impares, primos, compuestos, etc. Aprenden el concepto de fraccionarios y el manejo de las operaciones básicas. Conoce los números decimales, su significado y aprende a trabajar las operaciones básicas con estos números. Finalmente en quinto y sexto primaria, aprenden conceptos tales como el de potenciación.

Al comenzar la secundaria, ya deben estar en capacidad de hacer operaciones, con números enteros, fraccionarios y decimales. **Al finalizar deben comprender los conceptos de potenciación**, radicación (exponente fraccionario) y la relación inversa entre las dos operaciones. En el primer año de secundaria, la institución debe garantizar que el estudiante alcance los siguientes estándares:

1. Identifica la base y el exponente de una potencia y sus propiedades.
2. Multiplica y divide potencias de la misma base.

EDUCERE - Investigación Arbitrada - ISSN: 1316-4910 - Año 21 - Nº 70 - Septiembre - Diciembre 2017 / 653 - 667

3. Explica por qué un número elevado al exponente cero es igual a uno.
4. Interpreta las potencias con exponentes fraccionarios, negativos y realiza operaciones combinadas con ellos.

Es importante señalar que en el primer año de la secundaria, el estudiante debe cumplir con algunos requisitos conceptuales relacionados con la potenciación, ya que en los grados escolares que le siguen, se convierte en prerrequisito conceptual en la construcción de otros conceptos matemáticos como por ejemplo el relacionado con las operaciones con polinomios y sus propiedades. Algunos estudiantes presentan dificultades al comenzar a estudiar aspectos conceptuales del algebra ya que abarca los conceptos pero a través de expresiones algebraicas donde están presentes las variables. Algunas veces, se enseñan y aprenden las operaciones y las propiedades aritméticas como un conjunto de reglas que en la práctica los estudiantes no saben cómo ni cuándo aplicarlas. Un estudiante puede por ejemplo resolver $2^3 \times 2^2$ sin necesidad de aplicar las propiedades de potenciación, desarrollando cada potencia y multiplicar los resultados parciales, pero los esquemas mentales cambian cuando se le presenta situaciones como: $m^3 \times m^2$ donde tiene que aplicar las propiedades para simplificar la expresión, surgiendo algunos errores o dificultades.

Los símbolos que el estudiante ha usado "en aritmética- signos de operaciones, paréntesis y números- son de significación unívoca y está acostumbrado a poder interpretar, de manera única, cada símbolo que encuentra" (Palarea, 1998, p. 66) limitando su significado al usarlos en el álgebra, por ejemplo, con referencia a los signos de suma e igualdad, los estudiantes "los interpretan en acciones a realizar" (Palarea, op cit, p.69) lo cual se podría extender a la multiplicación, dado que en ejercicios como no se aplica la acción de multiplicar, solo una propiedad que involucran la multiplicación y que simplifica la expresión.

Al presentar en forma general propiedades como, para todo se tiene que, una de las dificultades que encuentra el estudiante para interpretarla, es ver la doble dirección de la igualdad, es decir, no solamente como el resultado de una operación. Tal como lo señala Palarea, op cit:

> El signo igual tiene en álgebra un carácter bidireccional, es decir, hay que verlo actuar tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda. Aparece así un cambio importante en el sentido del signo (=) en su paso de la aritmética al álgebra. Por tanto, para simbolizar en álgebra es necesario haber realizado un verdadero cambio conceptual en el uso del signo igual, manteniendo al mismo tiempo el que tenía en aritmética, ya que la notación utilizada en ambos casos es la misma (p. 69).

Es importante que los profesores conozcan y reflexionen sobre éstas dificultades, y de ser necesario, hacerlas explícitas a los alumnos. Cuando los docentes dejan implícitas estas dificultades, provocan que los estudiantes cometan errores, como aplicar la propiedad de linealidad a expresiones como $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, posiblemente a causa de la analogía con $(ab)^2 = a^2b^2$ y de la poca conciencia de los requerimientos implícitos de una propiedad para ser aplicada (Martínez, 2010).

Marco metodológico

Tipo de investigación

El tipo de investigación es descriptiva e interpretativa (Albert, 2007; Rodríguez, Gil y García, 1999), la cual ofrece la oportunidad de adentrarse en la trama de lo que subyace en el interior de lo que se piensa y de lo que se hace, en este caso particular, de diagnosticar y capturar las diversas dificultades y errores que tienen los estudiantes del segundo año de educación secundaria, en el aprendizaje de ciertos conceptos en la matemática. Se analizaran las respuestas dadas por los informantes de la investigación a un instrumento diseñado y validado para la recolección de diversas dificultades y errores cometidos en el proceso de aprendizaje de matemática en los primeros años de escolaridad de la educación secundaria, por un grupo de estudiantes del segundo año de este nivel educativo.

Población y muestra o participantes

La población estuvo conformada por todos los estudiantes del segundo año de educación secundaria del L.B. "Gonzalo Picón Febres" ubicado en la zona central de Mérida Venezuela. La muestra o participantes fueron seleccionados de manera intencional (Albert, 2007; Hernández, Fernández y Baptista, 2006) de acuerdo a la naturaleza de la investigación y los objetivos propuestos en la misma. Dicha selección se llevará a cabo escogiendo al azar, un grupo de estudiantes correspondientes a una sección del segundo año. Estos participantes fueron seleccionados en el período correspondiente al primer semestre del año 2017.

Técnicas e instrumentos de recolección de la información

En trabajos anteriores sobre errores y dificultades conceptuales en el proceso de aprendizaje de la matemáticas, se han usado cuestionarios (González, Rey, Olivares y Parra, 2015; Vallejo y Tamayo, 2008), cuestionarios y entrevistas (Butto, 2013; Chavarria, 2014) para estudiar e interpretar los errores conceptuales en distintos temas de la matemática tales como: operaciones con números naturales, fracciones, ecuaciones lineales y potenciación entre otros. En esta investigación se diseñó y se aplicó un cuestionario cuyos ítems son adaptaciones de otros cuestionarios ya validados reportados en las publicaciones citadas. Es de aclarar que en el cuestionario existe un salto en el número de ítems debido a que se quiso investigar la dimensión de ecuaciones lineales, pero se tomó la decisión de eliminarla debido a que las respuestas eran muy incoherentes quizás debido a las dificultades que presentaron los participantes en las otras dimensiones.

Técnicas de análisis de la información

En esta investigación, la información se analizará a través de la técnica de la triangulación (López, 2013; Glaser y Strauss, 1967; Goetz y LeCompte, 1988, p. 36), ya que sirve para comparar los resultados obtenidos en esta investigación con los obtenidos a través de otras investigaciones previas relacionadas con el caso de estudio, y así ponderar la validez de las discusiones y mejorar la interpretación de la realidad estudiada.

Analisis y discusion de los resultados

Identificación de las dificultades conceptuales

Dimensión de operaciones con enteros

En la primera pregunta catorce participantes dieron la respuesta lo siguiente:

a. (-8) + (+7) = -1
b. (-7) – (+6) = -1
c. (-25) – (+21) = 4

Se puede observar que a pesar que la respuesta a la opción a) está correcta, la dificultad se presenta al no tomar en cuenta el signo de la operación, cuestión que se confirma en las repuestas a las opciones b y c. Sin embargo, hubo participantes que dieron como respuestas a la opción b) 1 negativo, es decir, suman los valores absolutos de los números involucrados tal como lo afirma Borjas (2009) en su estudio sobre números enteros, pero se confirma que no tomo en cuenta la operación de resta que indicaba el signo menos (-).

Otra dificultad que se encontró en los cinco participantes restantes, fue en la opción c), donde realizaron la operación indicada con un signo menos (-) pero, no tomaron en cuenta el signo del primer número el cual era negativo, señalando como respuesta cuatro (4) positivo.

Se puede afirmar entonces, que en esta primera pregunta las dificultades se encontraron en el no reconocimiento de la operación que indica el signo entre los dos números en cada opción y la aplicación de la ley de los signo para operar con números enteros.

En la pregunta 2 del cuestionario cinco participantes dieron respuestas correctas, pero no explicaban el por qué en cada pareja de números uno era mayor que el otro. Los catorce participantes restantes respondieron acertadamente la opción a) sin embargo se presentó dificultades en la opción b señalan al -7 como mayor que el -5, al parecer este grupo de estudiantes toman en cuenta el valor absoluto de cada número para dar sus respuestas y tienen dificultades con la relación de orden entre los números enteros. Hubo un solo participante que trato de explicar del por qué un numero era mayor afirmando lo siguiente: "El mayor es el 1 porque está más cerca del 0". Esta afirmación es válida para números negativos, pero no para la pareja de positivos. Este mismo participante no da respuesta para la opción b).

En la pregunta 3, ningún participante utilizó la recta para realizar las operaciones de sumar y restar señaladas en cada opción. Cada participante dio sus respuestas bajo los mismos criterios de la pregunta 1. Tal como lo señala Borjas (2009) la dificultad para realizar operaciones en la recta real puede ser síntoma de una posible concepción caracterizada por considerar a los números negativos como objetos de naturaleza distintas a los positivos. Tal como lo señala Borjas op. Cit., que la concepción de numero como expresión de la medida de una cantidad de magnitud, concepción transmitida por la enseñanza elemental, puede ser la base de la diferente consideración de positivos y negativos, dado que entonces el numero negativo sólo puede interpretarse como una medida "a la inversa", como un objeto compuesto de dos partes: el signo- y una medida, mientras que positivo representa, sin más una medida. Esto puede indicar que se puede llegar a interpretar los enteros negativos como algo distinto de los enteros positivos (números naturaleza) y no como su prolongación.

En la pregunta 4 nueve de los participantes contestaron afirmando: "-40 porque -60 -40 = -100 ya que signo iguales se suman". Los diez participantes restantes resolvieron la situación planteada con dificultades no reconociendo la ley de los signos coincidiendo con dos dificultades presentadas por estos mismos participantes en sus respuestas a la pregunta 1 y 3, donde cometieron errores debido a que no aplicaron las multiplicación de los signos para establecer la manera definitiva cual era la operación a realizar en cada una de las opciones propuestas.

La respuesta al por qué utilizo números enteros positivos o negativos para completar el diagrama que se les presento, afirmaron: "porque al utilizar dos enteros negativos se tendrá que realizar una suma" es decir, esta respuesta posiblemente tenga que ver con la aplicación algorítmica de la ley de los signos para determinar la operación a realizar entre dos números.

Dimensión de los números racionales

5. Explique en los siguientes casos él por qué cuales son fracciones y cuáles no.

Las respuestas a estas preguntas se distribuyeron de la siguiente manera: doce participantes le dieron respuesta y siete no contestaron. Los participantes que respondieron, escogieron, la opción a) es decir a ¾ como fracción. Sin embargo, al tratar de explicar el por qué era una fracción se encontraron respuestas tales como:

"¾ es un fracción porque es una cantidad dividida entre otra cantidad"

"Solo ¾ es una fracción"

"¾ es una fracción porque tiene dos números, porque es una cantidad dividida en otra cantidad"

Se puede observar que en la primera y última expresión, existe un intento de explicar del por qué ¾ es una fracción, sin embargo, tal como lo señala Vallejo y Tamayo (2008), estas expresiones solo se quedan a un nivel de representación semiótico aritmético al señalar que, ¾ es una fracción debido a que es un numero dividido entre otro. Por otra parte, estas respuestas se alejarían de ideas sobre el concepto de fracción tales como: parte-parte, parte-todo y formación de la unidad tal como lo señala Butto (2013).

Según investigaciones desarrolladas por Piaget, Inhalder y Szeminka (1960), el concepto de fracción involucra una relación parte-parte que garantiza que un todo pude ser dividido exhaustamente (sin resto) y la relación parte-todo la fracción queda comprendida como que la parte está contenida en el todo y que juntas lo componen.

Por otra parte, ningún participante escogió las opciones b y c como fracciones ya que un número entero se puede escribir de la forma p/q por ejemplo: el 2 es un numero cuyo denominador es la unidad, y la opción c que es un numero decimal que resulta de dividir 3,1416 entre 10.000. Aceptando el nivel de representación semiótico aritmético en estas expresiones referidas a las opciones c y d de la pregunta 5, ningún participante escogió a estas opciones como posible respuestas. Llama la atención que siete participantes no respondieron la pregunta 5, siendo todos pertenecientes al mismo grupo de estudiantes del segundo año de educación secundaria.

Se puede observar en todos los participantes muy poca representación del concepto de fracción y menos aún de un nivel explicativo del porqué de su escogencia.

La pregunta 6 del cuestionario se trataba de que el participante escribiera la fracción que representaba la zona coloreada (ver anexo).

Un solo participante no contesto la pregunta. En la figura a), once participantes respondieron que la zona sombreada correspondía a 4/4 reconociendo la fracción como un número y a la vez como una relación con el todo. Sin embargo estos mismos participantes (sub grupo de once), al responder las opciones b y c coincidieron en la dificultad de no presentar la representación de las figuras, en fracciones propias e impropias en lo referente a conceptualizar a la fracción como parte-todo tal como lo señala Butto (2013) donde el entendimiento de las fracciones como parte de un todo no posibilita el entendimiento adecuado del concepto. Por ejemplo, la opción b), respondieron que la zona sombreada era 1/7 y la opción c), era 1/3, posiblemente estos participantes tienen una dificultad en reconocer quien es el todo y quienes son las partes y la relación entre ambas. Otros cinco participantes en la opción b) respondieron que la zona sombreada correspondía a 2/7 cuando las figuras eran dos círculos y estaban sombreados 7/4. Esto podría indicar dificultades donde las partes que forman un todo y podría confirmar una dificultad en el reconocimiento de quien es el todo y cuáles son las partes que lo componen para escribir en forma aritmética acertada la fracción de la opción b) y también la opción c). Llama la atención de dos participantes expresaron las respuestas a la pregunta 6 en forma de potencia y no en forma de fracción. Por ejemplo, la opción a) 1^4; b) 2^7; c) 1^3, parece que el todo es la base y el exponente son las partes, esta dificultad podría tener su origen en conceptos en competición dentro de la misma ciencia matemática en una ecología conceptual (Mortimer, 2000; Bello 2004).

En la pregunta 7, los participantes tenían que representar en la recta a un grupo de fracciones (1/2, 2/4, 4/5, 1/3) a la que respondieron adecuadamente 2 participantes adecuadamente, solo uno de los participantes que respondió, logro representar en forma decimal las fracciones menos la de 1/3, sin embargo, ubicó el número decimal y no la fracción en la recta real. El otro participante mostro dificultades en ubicar ½ y 2/4 que son fracciones equivalentes y hace la siguiente representación:

0 1/2 2/4 4/5

Podemos observar que en esta representación el estudiante toma cada espacio de la recta como si estuviera ubicando números enteros, da la impresión que cada espacio vale la unidad que para este participante significa sólo el numerador sin tomar en cuenta la división de numerador entre el denominador para ubicar las fracciones propuestas en la recta tomando en cuenta su valor decimal. Es decir, no se trata de una dificultad que se relaciona solamente con el valor decimal de cada fracción sino del valor de la unidad que representa cada espacio en la recta (Butto, 2013), al ubicar ½ de la derecha del cero en la recta, la segunda señal tendría que ubicar el número 1 equivalente a 2/2.

Dimensión aplicación del concepto de potencia

En esta dimensión, tres participantes no contestaron ninguna situación planteada con la aplicación del concepto de potencia que era abarcada desde la pregunta 11 a la 18 del cuestionario (Anexo). Este hecho no puede ser considerado como dificultades conceptuales sino falta de conocimiento tal como afirma Martínez (2010).

Por otra parte diez de los participantes presentaron errores comunes donde confundieron el número de pregunta con la situación planteada específicamente, a pesar de las instrucciones dadas antes de comenzar a contestar el cuestionario cuestión que se evidenció en las siguientes respuestas:

$$11.\ 5^2 = 55^2;\ 12.\ 3^{-2} = -36^{-2}\ 14.- (3)^2 = 42^2$$

Probablemente esta dificultad esté relacionada con la ignorancia del algoritmo necesario para aplicar el concepto considerando la base y su exponente como las veces que se repite la misma o a algún aspecto relacionado con la rigidez mental o a la falta de atención y concentración del participante.

Otra dificultad común que se encontró en otros seis participantes estuvo relacionada con el manejo inadecuado de conceptos necesarios tal como lo demuestran las siguientes respuestas: 12. $3^{-2} = -9$; 16. $(a+b)^2 = 16a + 16b^2$.

En el caso de la pregunta 12, existe un desconocimiento o la falta de comprensión y aplicación del elemento inverso para operar la potencia con signo positivo. En este caso la operación correcta se puede plantear de la siguiente manera: 12. $3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$

En la pregunta 16, es evidente que el número de pregunta la incluye en el cálculo y a la vez, no desarrolla el concepto de potencia de la siguiente manera:

$$16.\ (a+b)^2 = 16^a + 16b^2$$

En las respuestas a las preguntas 13 y 14, participantes presentaron evidencia dificultades por el uso inadecuado de símbolos, que consistieron en lo siguiente:

$$13.\ -3^2 = -9;\ 14.\ -(3)^2 = 9$$

En estos casos los estudiantes demuestran dificultades para manejar el signo negativo (Martínez, 2010). Con base a lo hallado se puede afirmar que las mayores dificultades que presentaron los participantes al tratar de resolver situaciones donde estuvo involucrado la aplicación del concepto de potencia fueron: dificultades para manejar el signo negativo, dificultades para aplicar el elemento inverso para operar con exponente positivo y dificultades con el algoritmo necesario para aplicar el concepto de potencia.

Implicaciones de las dificultades en el aprendizaje de la matemática y las ciencias naturales

Es importante señalar que conceptos básicos como operar con números enteros, fraccionarios y potenciación son necesarios y fundamentales en la construcción de otros conceptos dentro de la propia ciencia matemática y las ciencias naturales tales como Química, Física y Biología.

Al parecer estos tres conceptos matemáticos cobran importancia como prerrequisitos conceptuales dentro de ciertos universos de explicación de fenómenos naturales y sociales para la comprensión de los mismos.

Generalmente cuando se construye conceptos dentro las ciencias naturales por ejemplo, se necesita de una formación de conceptos matemáticos para interpretar y comprender fenómenos naturales y sociales de alto nivel de abstracción.

La aplicación de conceptos matemáticos tales como los descritos en este trabajo de investigación, son básicos en el aprendizaje de ciencias naturales. Por ejemplo dentro de la ciencia Física cuando se trata de explicar e interpretar fenómenos dentro de la cinemática o la dinámica con sus respectivas leyes, es necesario que el estudiante tenga conceptos matemáticos básicos formadas para construir conceptos en operaciones como despejes, transformación de unidades e incluso como interpretar un resultado negativo, como por ejemplo una aceleración negativa, o el cambio en el sentido de un vector en donde se exige una interpretación más allá del número y signo matemático.

Dentro de la Biología por ejemplo se necesita la formación de concepto como los estudiados, ya que por ejemplo cálculos necesarios para hallar las combinaciones de las leyes de Mendel se encuentran interpretados en base a probabilidades y posibilidades o aquellos problemas relacionados con genética básica.

Para la comprensión e interpretación de fenómenos que son explicados desde los principios conceptuales de la ciencia Química, es necesario la formación de conceptos matemáticos como para construir y comprender fenómenos energéticos de las reacciones químicas por ejemplo: una pérdida de calor se designa con una entalpía negativa para un proceso exotérmico o que un trabajo negativo significa que el gas se comprime y que positivo significa que el gas se expande.

En el proceso de aprendizaje de la misma ciencia matemática a nivel de educación media y universitaria se necesita que conceptos fundamentales matemáticos se convierten en una exigencia necesaria en el aprendizaje del algebra y el cálculo (formación de conceptos como: polinomios, factorización, productos notables, ecuaciones, entre otros) que serían la base en la formación del campo de la ingeniería, las ciencias puras y la arquitectura. Es decir, la formación de conceptos científicos dentro de las ciencias naturales y todas aquellas que se derivan de ellas requieren que el estudiante que inicia sus estudios a nivel de educación media, construya conceptos necesarios para que pueda interpretar y comprender los diversos fenómenos naturales y sociales que le pueden afectar su calidad de vida.

Sería importante preguntarnos si nuestros jóvenes estudiantes de educación media y sus profesores, están aplicando las estrategias necesarias para una formación de conceptos básicos matemáticos, que les permitan la estructura cognitiva o el andamiaje adecuado en la construcción del nivel de abstracción necesario en la formación conceptual en otras ciencias.

Conclusiones

Una vez analizadas las respuestas dadas al cuestionario aplicado, se pudieron identificar algunas dificultades en las matemáticas, específicamente en las dimensiones planteadas.

En la dimensión de operaciones con enteros los participantes demostraron dificultad en reconocer la operación entre los números, cuestión que era indicada con un signo más (+) o menos (-), es decir, que sumaron dos números en sus valores absolutos (positivos) desconociendo también la diferencia de signos para definir qué operación definitiva entre los números involucrados.

También se encontró dificultades en reconocer que enteros negativos y positivos son de naturaleza distinta y no comprender que los negativos son una prolongación de los enteros positivos. También los participantes tuvieron dificultades para realizar operaciones entre enteros de igual o signo contrario aplicando procedimientos memorísticos y algorítmicos para determinar la operación a realizar entre dos números enteros.

En cuanto a la dimensión de números racionales los participantes presentaron dificultades al conceptualizar a la fracción como un número dividido entre otro casi en forma intuitiva y no consideraron que un entero su denominador es el número uno, o que un decimal tiene la posibilidad de escribirse una fracción. También demostraron dificultades al definir que una fracción es un número divido entre otros alejándose de ideas tales como: parte-parte y parte-todo y formación de la unidad. En cuanto a lo referido en considerar la fracción como parte-todo, los participantes presentaron dificultades en reconocer en el ítem referido a las figuras sombreadas, cuál era el todo y cuál era la parte, es decir, en términos de fracción cual era el numerador y cual el denominador.

Esto podría estar relacionado con la conceptualización de las fracciones propias e impropias.

EDUCERE - Investigación Arbitrada - ISSN: 1316-4910 - Año 21 - Nº 70 - Septiembre - Diciembre 2017 / 653 - 667

Los participantes también presentaron dificultades para representar las fracciones en la recta y toman cada espacio en orden como si fueran números enteros desconociendo el concepto de fracciones equivalentes (1/2, 2/4).

En cuanto a la dimensión del concepto de potencia gran parte de los participantes tuvieron dificultades en el reconocimiento del elemento inverso cuando en algunas potencias se les presento exponentes negativos, también tuvieron dificultades al no reconocer el signo negativo fuera de la base y dentro de ella por, lo que demostraron que no tenían claro el algoritmo necesario para aplicar el concepto de potencia.

Estas dificultades encontradas en este grupo de participantes, pueden influir en el aprendizaje de conceptos propios de la matemática tales como polinomios y todas sus operaciones ya que se convierten en prerrequisitos conceptuales necesarios para la construcción de otras estructuras matemáticas que implica la construcción de progresiva de conceptos tales como los estudiados. También puede traer dificultades en el aprendizaje de algunos conceptos dentro de las ciencias naturales, ya estos guardan cierto rigor, de exigencia de conocimiento matemático, como los tratados en este trabajo, para interpretar y comprender fenómenos que son estudiados en estas ciencias.Ⓔ

Wilmer Orlando López González. Licenciado en Educación, mención: Química (1992-ULA). Magister en Química Aplicada mención Espectroscopia Aplicada (1998-ULA). Doctor en Educación (2017-ULA). Publicaciones en Revistas: EDUCERE, la revista venezolana de educación, ULA. Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona. VIII Congreso Internacional Sobre Investigación en la Didáctica De Las Ciencias (ISSN 0212-4521), Orbis. www.revistaorbis.org.ve 10 (4); 49-80 [R:2008-02 / A:2008-03]. Enseñanza de las Ciencias Número extra IX Congreso Internacional Sobre Investigación En La Didáctica de las Ciencias (ISSN 0212-4521).3696-3700. Proyectos Aprobados por el Consejo de desarrollo científico y Tecnológico (CDCHT). ULA.

Wilmary del Valle López Ponce. Investigadora en el área Social y educativa.

Bibliografía

Abrate, Raquel; Pochulu, Marcel y Vargas, José. (2006). *Errores y dificultades en Matemáticas.* 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María. Consultado el 25 de noviembre de 2016 y disponible en: http://unvm.galeon.com/Libro1.pdf

Albert, María José. (2007). *La investigación educativa: Claves teóricas*. Madrid: McGraw-Hill/ Interamericana de España, S.A.U.

Ausubel, David Paul. (1978). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas

Bachelard, Gaston. (2009). *La filosofía del no*. 2ª ed. Buenos Aires: Amorrortu

Bello, Silvia. (2004). Ideas previas y cambio conceptual. *Educación Química,* 15(3),210-217

Borjas, Dania Yulisa. (2009). Aprendizaje de los números enteros una *"Experiencia significativa en estudiantes de séptimo grado de la escuela nacional de música"*. Tesis de Maestría. Tegucigalpa: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Butto, Cristianne. (2013). El aprendizaje de fracciones de educación primaria una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontales Pedagógicos*, 15(1) 33-45

Castillo Angulo Cesar. (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. Trabajo final de Magister en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia: Palmira

Chaffe-Stengel, Priscilla & Noddings, Nel. (1982). Facilitating symbolic understandings of fractions. *For the Learning of Mathematics,* 3 (2), 42-48.

Chavarría Arrollo Gilberto. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Uniciencia*, 28(2), 15-44

Davydov, Vasilii Vasil'evich & Tsvetkovich, Zhivoradovna. (1991). The objetc sources of the concept of fractions, Psychology Abilities of Primary Children in Learning Mathematics, National Council of Teachers in Mathematics, Reston, Virginia.

Glaser, Barney G. & *Strauss*, Anselm L. (1967). *The Discovery of Grounded Theory: Startegies for Quialitative Research,* Chicago: Aldine

Goetz, Judith y LeCompte, Margaret. (1988*). Etnografia y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madried: Ediciones Morata, S.A.

Gonzalez, Vicente., Rey, Stephanie., Olivares, Priscilla. y Parra, Yocelyn. (2015). *Errores de estudiantes de primer año medio en la resolución de problema que involucran ecuaciones de primer grado.* XIX Congreso de las "Jornadas Nacionales de Educación Matemática" Sociedad Chilena de Matemática. Consultado el 16 de marzo de 2017 y disponible en la web: www.sochiem.cl/documentos/xix-jnem-libro-actas.pdf en la pag (p. 499)

Hernández, Roberto.; Fernández, Carlos y Baptista, Pilar. (2006). *Metodología de la Investigación.* 4ta Ed. México: Mcgraw-Hill/ Interamericana Editores, S.A. de C.V.

Iriarte, Maria Dolores; Jimeno Pérez, Manuela y Vargas, Inmaculada. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros.*SUMA*, 7, 13-18

López González, Wilmer Orlando. (2013). El estudio de casos: una vertiente para la investigación educativa. *Educere,* 17/(56), 139-144

Maca Díaz, Astrid Jimena. (2016). La Enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas. Programa de Maestría en Educación desde la Diversidad. Universidad de Manizales: Popayán

Maia, Lícia de Souza., Câmara dos Santos, Marcelo y Câmara de Sousa Paulo Roberto. (1991). Repensando a aprendizagem de frações: uma experiencia pedagógica. Recife-Brasil SPEC/PADCT/CAPES/MEC

Mata, Liliana; Porcel, Eduardo. Romero Zalazar, Celeste. (2005). Conocimientos previos sobre operaciones en reales y sus propiedades de ingresantes a la FaCENA. http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/com2005/index.htm

Martínez, Danny Samuel. (2010). *Identificación de los errores en la aplicación de las propiedades de la potenciación*. Trabajo de grado de licenciatura. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander

Mortimer, Eduardo Fleury. (2000).*Lenguaje y formación de conceptos en la enseñanza de las ciencias*. Vol. CL de la colección Aprendizaje, Madrid: A. Machado Libros, S.A.

Movshovitz-Hadar, Nitsa; Zaslavksy Orit y Inbar Sholomo. (1987). An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics education*, (18), 3-14

Palarea, María de las Mercedes. (1998). *La adquisición y la detección de errores comunes en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. La Laguna, 532 p. Tesis (Doctora en Ciencias Matemáticas). Universidad de la Laguna. Facultad de matemáticas. Departamento de Análisis Matemático.

Piaget, Jean. (1971). *Psicología y Epistemología*. Barcelona: Ariel

Piaget, Jean. Inhelder, Barbel y Szemiska, Alina. (1960). *The Child`s Conception of Geometry.* New York, Estados Unidos:Harper & Torchbooks

Pozo, Juan Ignacio. (2002). *La adquisición de conocimiento científico como un proceso de cambio representacional*. Revista Investigações em Ensino de Ciências,7(3),245-270. Consultado el 05 de junio de 2017 y disponible en: http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID92/v7_n3_a2002.pdf

Radatz, Hendrik. (1979). Error Analysis in the Mathematics Education. *Journal for Researchin Mathematics Education*. Vol. 9, pág. 163-172.

Radatz, Hendrik. (1980). Students' Errors in the Mathematics Learning Process: a Survey. *For the Learning of Mathematics*. Vol. 1 (1), pág. 16-20.

Rico, Luis. (1995). *Errores y Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Recuperado de: http://cumbia.ath.cx:591/pna/archivos/ricol95-100.pdf

Rico, Luis; Kilpatrick, Jeremy. y Gómez, Pedro. (1998). Educación matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericana

Rodríguez, Gregorio; Gil, Javier y García, Eduardo. (1999). *Metodología de Investigación Cualitativa*. 2da Ed. Málaga, España.

Rodríguez, Karina. (2012). Problema con el Proceso de Aprendizaje de la Matemática en Educación. Consultado el 11 de noviembre de 2016 y disponible en la web: http://ubistaaldia.com/site/index.php/talento-uba/investigacion/item/431-problema-con-el-proceso-de-aprendizaje-de-la-matematica-en-educacion

Ruano, Raquel.; Socas, Martin. y Palarea, María de las Mercedes. (2003). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. En: Investigación en educación matemática. Séptimo simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. 311-322

Vallejo, Francisco Arturo y Tamayo, Óscar Eugenio. (2008). Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales. *Latinoam.estud.educ.* 4(2), 151-182

ANEXO

Ministerio del Poder Popular para la Educación
L.B. "Gonzalo Picón Febres"
Mérida. Estado Mérida
Venezuela

Nombres ____________________________ Apellidos_____________________________ Grado _________Sección ______

Cuestionario

Instrucciones. Lea cuidadosamente cada situación planteada y responda de manera objetiva y clara

Dimensión operaciones con enteros (Borjas, 2009)

1. Realizar las siguientes operaciones:
   a. (-8) + (+7) =
   b. (-7) – (+6) =
   c. (-25) – (+21) =
2. Representa en la recta numérica cada pareja de números y encierra en un círculo el número mayor de cada pareja.
   a. 3 y 1
   b. -7 Y -5
   ¿Cuál es el número mayor en cada pareja? ¿Por qué?

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

3. Haz las siguientes sumas y restas ayudándote en la recta:

a. (10) – (5) =	d. (4) + (-5) =
b. (-3) – (-6) =	e. (2) + (0) =
c. (-2) + (7) =	f. (4) + (-5) =

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

4. En la siguiente figura, cada bloque reposa sobre dos de la fila inferior. El número en cada bloque representa la suma entre los números de los bloques sobre los que se sustenta. Completar los números que faltan, sabiendo que en la fila inferior los dígitos del 0 al 9 sólo aparecen una vez en el conjunto de todos los números.
   Responda:
   ¿Qué número le sumó a -60? ¿Por qué?
   ¿Para completar los números que faltaban utilizó enteros positivos o enteros negativos? ¿Por qué?

Dimensión números racionales (adaptación de Butto, 2013)

5. Explique en los siguientes casos el por qué cuales son fracciones y cuales no:
   a. 3/4 ; b. 2 ; c. 3,1416
6. Escriba la fracción que representa la parte coloreada:
7. Representa en la recta las siguientes fracciones:
   1/2, 2/4, 4/5, 1/3

Dimensión concepto de potencia (Martínez, 2010)

11. $5^2 =$
12. $3^{-2}=$
13. $-3^2 =$
14. $-(3)^2 =$
15. $(-4)^3 =$
16. $(a+b)^2 =$
17. $(XYZ)^3 =$
18. Observe el siguiente procedimiento. Si hay un error márquelo y escriba su respuesta, si no lo hay justifique cada paso

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{2^1}{2^1} = \frac{2}{2} = 1$$

EDUCERE - Investigación Arbitrada - ISSN: 1316-4910 - Año 21 - Nº 70 - Septiembre - Diciembre 2017 / 653 - 667