

# DEDUCCIÓN DE UN LÍMITE GALILEANO PARA LA VELOCIDAD: FUNDAMENTO PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN RELATIVIDAD ESPECIAL

DEDUCTION OF A GALILEAN LIMIT FOR VELOCITY:  
FUNDAMENTALS FOR A MEANINGFUL LEARNING  
OF SPECIAL RELATIVITY

DEDUÇÃO DE UM LIMITE GALILEANO PARA A VELOCIDADE:  
FUNDAMENTO PARA UM APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVO  
EM RELATIVIDADE ESPECIAL

NINFA GARRIDO

ninfagarrido@hotmail.com

MARÍA JUDITH ARIAS RUEDA

majuditharias@yahoo.com

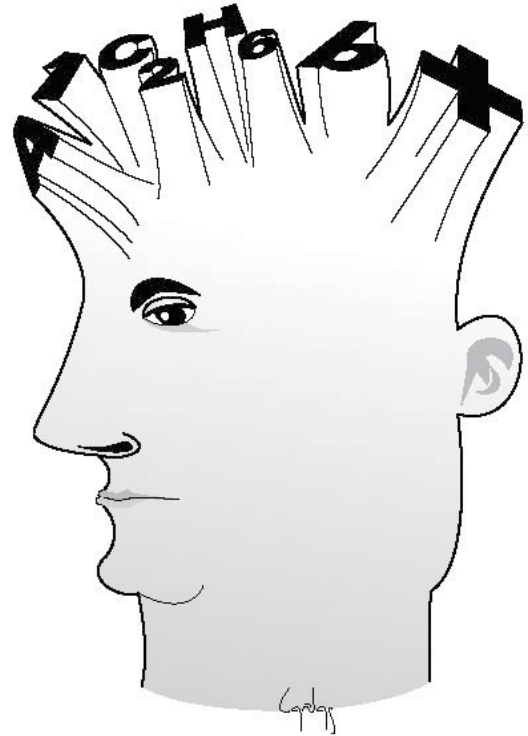
FÉLIX ANTONIO AGUIRRE MÁRQUEZ

aguirre@ula.ve

Universidad del Zulia. Facultad de Humanidades y Edu-  
cación, y Facultad de Ingeniería, Maracaibo, Edo. Zulia.

Universidad de Los Andes. Facultad de Ciencias.

Mérida, Edo. Mérida. Venezuela.



Fecha de recepción: 30 de marzo de 2010  
Fecha de aprobación: 04 de febrero de 2011

## Resumen

A partir de conceptos básicos de mecánica y electromagnetismo, se establecen dos ideas de la teoría de la Relatividad Especial, de Einstein, que surgen como consecuencia de la aplicación de la relatividad “galileana” al describir la interacción entre cargas y corrientes eléctricas desde diferentes sistemas de referencia. Por una parte, se logra establecer un límite para la velocidad y, por otra, se sugiere una contracción de la longitud de los objetos en la dirección del movimiento. Estos resultados pueden usarse para elaborar estrategias didácticas que permitan una comprensión eficaz de los conceptos e ideas de la Relatividad Especial, bajo los esquemas de un aprendizaje significativo.

**Palabras clave:** aprendizaje, electromagnetismo, relatividad.

## Abstract

*Starting from the concepts of mechanics and electromagnetism, two ideas from Einstein's theory of special relativity were established. These ideas are a consequence of galilean relativity when describing the interactions between electric charges and current from different standpoints. On one hand, a limit for velocity is established, and on the other hand, length contraction of an object in the direction of motion is suggested. These results may be used to design teaching strategies for a good understanding of special relativity-related concepts under a meaningful learning environment.*

**Keywords:** learning, electromagnetism, relativity.

## Resumo

*A partir de conceitos básicos de mecânica e electromagnetismo, são estabelecidas duas idéias da Teoria da Relatividade Especial, de Einstein, que surgem como consequência da aplicação da relatividade “galileana” ao momento de descrever a interação entre cargas e correntes elétricas desde diferentes referenciais. Por uma parte, consegue-se estabelecer um limite para a velocidade e, por outra, sugere-se uma contração da longitude dos objetos na direção do movimento. Estes resultados podem ser usados para elaborar estratégias didáticas que permitam uma compreensão eficaz dos conceitos e idéias da Relatividade Especial, baixo os esquemas de um aprendizagem significativo.*

**Palavras-clave:** aprendizagem, electromagnetismo, relatividade.

## INTRODUCCIÓN



La Relatividad Especial, formulada por Albert Einstein a principios del siglo XX, es sin duda uno de los avances más espectaculares del pensamiento moderno. La idea de la modificación de las dimensiones de los objetos, del “retraso” del tiempo y de la dependencia de la simultaneidad con el sistema de referencia como consecuencia de un límite en la velocidad, es uno de los resultados más impactantes de la física contemporánea. Los efectos que esta teoría predice sólo pueden ser detectados bajo condiciones de muy alta velocidad (cerca de la velocidad de la luz) y esto es, posiblemente, lo que no ha permitido su incorporación de una manera más amplia en la tecnología. En la actualidad, sin embargo, la tendencia dentro del desarrollo de procesos, en muchos dispositivos en los que se involucran flujos de partículas en movimiento rápido, obliga a tomar en cuenta de forma cada vez más metódica los efectos relativistas en sus diseños. En consecuencia, la Relatividad Especial tiende a convertirse en un elemento de primordial importancia en la formación de científicos, ingenieros y tecnólogos.

Dos principios fundamentan esta teoría (Coles, 2004; French, 1974):

1. *“Las leyes que rigen los fenómenos físicos son las mismas para todos los sistemas de referencias inerciales”.*
2. *“La velocidad de la luz en el vacío es igual para todos los observadores e independiente del estado de movimiento de la fuente”.*

La segunda de estas hipótesis rompe con el esquema convencional de adición de velocidades (Serway y

Jewett, 2008) y es muy frecuente que esto se convierta en un obstáculo para el aprendizaje de los nuevos conceptos. La existencia de un límite en la velocidad no es una idea fácil de asimilar, ya que nuestro pensamiento está, en esencia, moldeado por la física newtoniana, con la que convivimos a diario; es la relatividad “galileana” la que nos da una explicación de los hechos cotidianos, y, dentro de este contexto, una velocidad límite no pareciera tener cabida. Sin embargo, es posible hacer emerger, aún dentro del contexto de la física no relativista, la idea de la existencia de una cota superior para la velocidad. Esta concepción, que obliga a tener una visión diferente acerca de la rapidez del movimiento de un objeto y sugiere una forma más adecuada de adicionar velocidades, puede convertirse en el punto de partida necesario para abordar, en forma más asequible, los conceptos de la Relatividad Especial, a través de enfoques y perspectivas originadas en la física no relativista.

El propósito de este trabajo es demostrar que la existencia de un límite para la velocidad, así como también la contracción de las longitudes, son manifestaciones predecibles mediante razonamientos netamente clásicos no relativistas. Con ello se espera brindar un soporte que permita un aprendizaje significativo de las ideas de la teoría de la Relatividad Especial.

## 1. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

En la enseñanza de la física se requiere que los conceptos y leyes sean asimilados de manera natural, a fin de que éstos no se conviertan en una especie de dogma que impida ver más allá de su rango de validez y que pueda inducir a aplicaciones erróneas. Para quien enseña, es conveniente que sus estrategias didácticas sean elaboradas bajo la idea de un aprendizaje significativo más que de uno memorístico.

Se entiende como aprendizaje significativo, “el proceso a través del cual una nueva información se relaciona, de manera no arbitraria, con un aspecto relevante de la estructura cognitiva del individuo” (Ausubel, 1968; Greca y Moreira, 1998; Moreira, 2005). Este aspecto, que Ausubel llamó “subsumidor”, corresponde a una idea, un concepto, una proposición en el esquema de conocimientos, capaz de servir de “anclaje” para la nueva información, de modo que ésta adquiera significancia y coherencia. En tal contexto, suponemos que la ausencia de ese elemento, en el esquema cognitivo, reduciría la capacidad de asimilar la nueva información.

En general, el proceso de aprendizaje de las ciencias, y en particular el de la Física, comprende varias etapas, en

las que se construyen modelos que van desde aquellos de carácter intuitivo (generados de situaciones sensoriales y/o culturales) hasta las formulaciones más elaboradas. En cada una aumenta la complejidad de las situaciones analizadas, lo que permite fortalecer, actualizar, reorganizar, reconstruir o sustituir los modelos previamente propuestos. Mediante este proceso se enriquece el esquema cognoscitivo y se adquiere la madurez necesaria para avanzar en el entendimiento de los eventos naturales. Sin embargo, en algunas fases, existe una fuerte tendencia a aferrarse a los modelos previos, posiblemente porque con ellos se puede explicar, de manera eficiente, todo aquello que es de interés inmediato. Esta inclinación, a nuestro entender, origina la ausencia parcial o total del *subsumidor* en el esquema de conocimientos del individuo, provocando fuertes dificultades en el aprendizaje de ideas más avanzadas. En algunos casos, esta tendencia resulta tan fuerte que las nuevas ideas representan un cambio muy brusco en el esquema de pensamiento, impidiendo una comprensión total de los nuevos conceptos, como en los casos de la relatividad y la mecánica cuántica.

El surgimiento de las teorías de la relatividad y de la mecánica cuántica, a principios del siglo XX, propició un marco teórico completamente nuevo y revolucionario para toda la física: la primera cambió las ideas del espacio y del tiempo, mientras que la segunda introdujo una visión totalmente renovadora del mundo (o micromundo). Los conceptos relativistas y los cuánticos se alejan tanto de nuestra intuición que es difícil relacionarlos con las ideas previamente concebidas; el elemento *subsumidor* que permitiría vincular estos conceptos con las ideas inherentes a la física clásica no pareciera encontrarse con facilidad. Es, por tanto, muy recomendable, como una de las tareas de quien instruye, el hacer emerger esta estructura en el esquema cognitivo del estudiante antes de iniciar la enseñanza en estos campos.

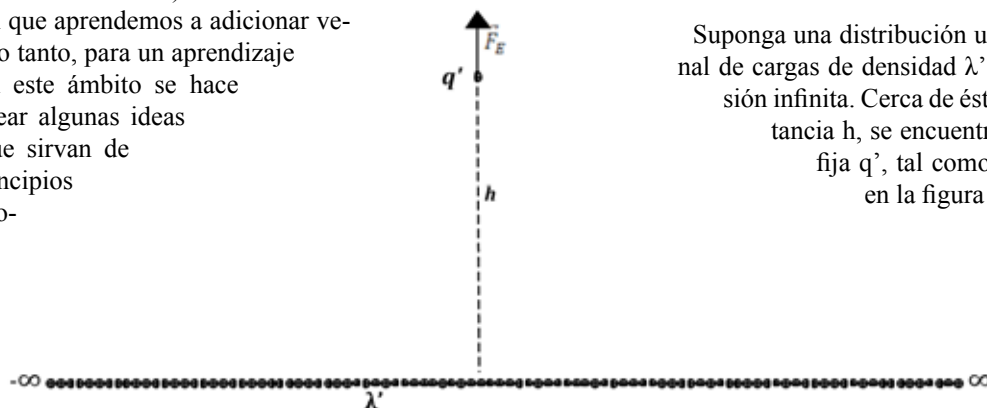
En particular, al abordar por primera vez la Relatividad Especial, la idea de una velocidad límite no es fácil de aceptar. El principio mediante el cual se describe la propagación de la luz con igual rapidez (observada desde los distintos sistemas de referencia) choca con la forma casi intuitiva en que aprendemos a adicionar velocidades. Por lo tanto, para un aprendizaje significativo en este ámbito se hace necesario plantear algunas ideas preliminares que sirvan de anclaje a los principios básicos de la teoría.

## 2. FUERZA SOBRE UNA CARGA DEBIDA A UNA CORRIENTE

La mecánica newtoniana y el electromagnetismo clásico funcionan tan bien en nuestra cotidianidad que la confianza en estas teorías es casi incuestionable. Aun cuando ambas se desarrollan en campos completamente distintos, el uso del concepto de fuerza para describir la intensidad de la interacción permite una vinculación entre ellas.

Al representar la interacción electromagnética mediante el concepto mecánico de fuerza, se originan ciertas incongruencias que ponen en conflicto la equivalencia entre los distintos sistemas de referencia. La fuerza con la cual se atraen o se repelen dos cargas eléctricas es descrita a través de la ley de Coulomb, pero esta forma es aplicable únicamente en el sistema de referencia donde las partículas se encuentran en reposo. Cuando se trata de cargas en movimiento, se debe incluir el efecto de los campos magnéticos. De esta forma, la interacción quedará representada a través de la fuerza de Lorentz (Purcell, 1969), en la cual se reconoce tanto la acción del campo eléctrico como la del campo magnético sobre la partícula cargada.

En el contexto del electromagnetismo clásico, la inducción del campo magnético  $B$  depende de la intensidad de la corriente, o sea, depende de la velocidad de las cargas que lo generan. Esto introduce diferencias entre el sistema ligado a las partículas y el sistema desde donde se mide la corriente. En el primero no se registrarán campos magnéticos, puesto que en éste las cargas están en reposo, mientras que un observador ligado al segundo registrará el movimiento de las cargas y en consecuencia campos magnéticos. Aun cuando ambos sistemas pueden ser inerciales vemos que no se presentan en forma equivalente para el análisis de los fenómenos electromagnéticos; sin embargo, la fuerza, que es un concepto mecánico, y de carácter absoluto bajo la relatividad galileana, debe tener el mismo valor en todos los diferentes sistemas inerciales. Bajo esta premisa, analizaremos a continuación la interacción de una carga con una corriente eléctrica, vista desde dos distintos sistemas de referencia.



Suponga una distribución unidimensional de cargas de densidad  $\lambda'$  y de extensión infinita. Cerca de ésta, a una distancia  $h$ , se encuentra una carga fija  $q'$ , tal como se muestra en la figura 1.

Fig. 1. Fuerza sobre una carga puntual  $q'$  debida a una distribución lineal de cargas de densidad  $\lambda'$ .

Desde el sistema de referencia ligado a la distribución, el cual llamaremos de ahora en adelante *sistema propio*, todas las cargas están en reposo, por lo que describimos la fuerza que soporta  $q'$  de la forma

$$F_E' = q'E' = q' \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon_0 h}, \quad F_E' = q'E' = q' \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon_0 h}, \quad (1)$$

siendo todas las cantidades primadas referidas al sistema propio.

Para un segundo observador, que se mueve horizontalmente con velocidad  $-v$ , la distribución de cargas representa una corriente de valor

$$i = \lambda v.$$

(2)

Por lo tanto, la fuerza sobre la carga, que para este observador se mueve con velocidad  $v$ , es descrita a través de la fuerza de Lorentz (ver figura 2):

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (3)$$

donde todas las cantidades son referidas al sistema en movimiento y  $\vec{v}$  es la velocidad de la carga  $q$  vista desde dicho sistema.

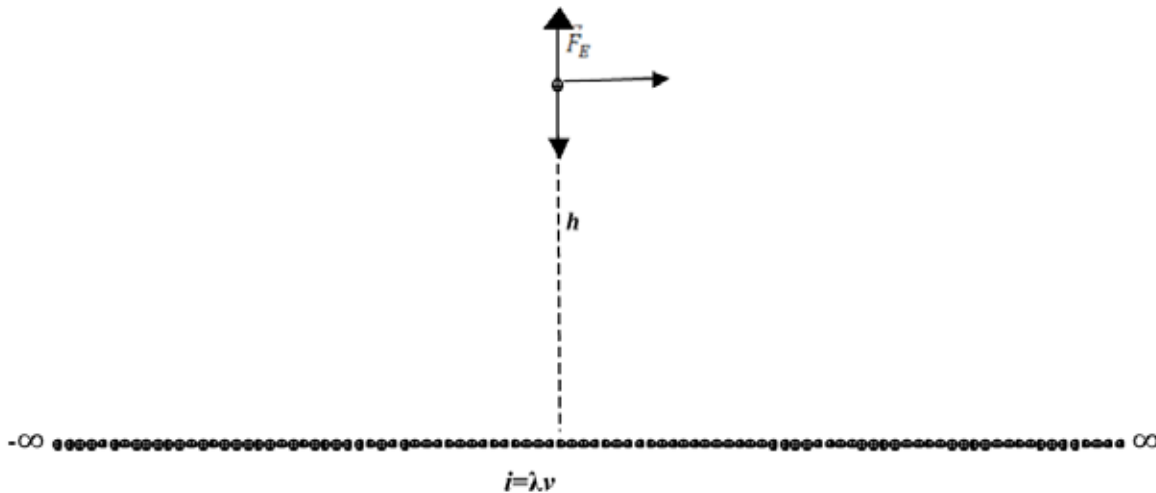


Fig. 2. Fuerza sobre una carga puntual  $q$  debida a una distribución lineal de cargas de densidad  $\lambda$ , vista por un observador en movimiento con velocidad  $-v$ .

El campo eléctrico, para el observador en movimiento, es

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 h}, \quad (4)$$

perpendicular a la distribución de carga.

Por otro lado, el campo magnético, generado por una corriente rectilínea de intensidad  $i$ , es de la forma

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi h}, \quad (5)$$

en nuestro caso, saliendo del plano, en el punto donde se encuentra la carga.

Encontramos, a partir de (3), que

$$F = q(E - vB). \quad (6)$$

Sustituyendo (2), (4) y (5) en (6), se tiene que

$$F = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 h} (1 - v^2\epsilon_0\mu_0). \quad (7)$$

De acuerdo a la física newtoniana-galileana, las fuerzas  $F$  y  $F'$  deben ser iguales, así que comparando (1) y (7) se obtiene

$$q'\lambda' = q\lambda(1 - v^2\epsilon_0\mu_0). \quad (8)$$

Algunos ejemplos pudiesen convencernos de la invariancia de la carga, tales como la neutralidad que muestra un alambre por el que circula una corriente, o la neutralidad de un átomo. Existen muchos ejemplos que nos indican que la carga es una cantidad invariante y que, por lo tanto, no puede estar sujeta a transformaciones bajo distintos sistemas de referencias, lo que significa que

$$q' = q. \quad (9)$$

Por otro lado,  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  representan la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío, respectivamente. Por conveniencia, ambas cantidades serán expresadas en términos de una tercera constante<sup>1</sup> (con dimensiones de velocidad):

$$\mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c^2}. \quad (10)$$

De esta manera, vemos que (8) puede escribirse como

$$\lambda = \gamma\lambda', \quad (11)$$

donde  $\gamma \equiv \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$  (nótese que para  $v \ll c \Rightarrow \gamma \rightarrow 1$ ).

En este resultado se encuentran implícitos algunos aspectos que entran en conflicto con las ideas de la física no relativista. Analicemos algunas de las consecuencias que trae consigo la expresión (11):

1.- Si  $v > c$ , entonces  $\gamma < 0$ . Esto significa que el signo de las cargas, vistas desde el sistema en movimiento, es diferente al que se registra en el sistema propio.

2.- Si  $v \rightarrow c$ , entonces  $\gamma \rightarrow \infty$ , lo cual nos indica que en estas condiciones, desde el sistema en movimiento, la densidad de cargas tiende a ser infinita en la medida en que la velocidad se acerca al valor  $c$ .

3.- Si  $0 \leq v < c$ , entonces  $\gamma \geq 1$ .

En este rango de velocidades se encuentra que la densidad de cargas, vista desde el sistema en movimiento, es mayor que la registrada en el sistema propio.

El primero de estos casos resulta incompatible con el principio de conservación de la carga, puesto que, de acuerdo a este resultado, las cargas deberían cambiar de signo al alcanzar velocidades mayores que  $c$ .

El segundo caso es más complejo de analizar. El hecho de que la densidad tienda a infinito, sugiere, por un lado, que las cargas pudiesen estar aumentando para el observador en movimiento, lo cual, al igual que en el primer caso, entra en contradicción con el principio de conservación de la carga. Por el otro lado, es posible interpretar esto como si las cargas, para el observador, se presentaran mucho más concentradas. Sin embargo, esta última interpretación supone, para el observador en movimiento, todas las cargas agrupadas en un punto. Notemos que en el sistema propio, las cargas están distribuidas a lo largo de una línea de extensión infinita, y, por lo tanto, este razonamiento conlleva a una situación muy extraña en la que se plantea la anulación de la dimensión, en la dirección de la velocidad, para el observador en movimiento. Evidentemente, esto pierde sentido dentro del contexto de la física clásica.

El tercer caso es el más aceptable, pero la confianza en el principio de conservación de la carga nos obliga a introducir un aspecto muy novedoso dentro del contexto de la física newtoniana-galileana. De hecho, esta situación sólo puede explicarse si se admite que el observador en movimiento registrará contracción de la longitud en la dirección de la velocidad.

Aún cuando estos resultados se obtienen dentro del contexto de la relatividad "galileana", existen, por lo menos, dos aspectos que se enfrentan a las ideas subyacentes en esta concepción. Por un lado, como se desprende de los casos 1 y 2, pareciera existir una velocidad crítica que no puede ser superada. Claramente se observa que velocidades mayores que  $c$  conllevan a situaciones reñidas con principios de conservación bien establecidos y que por lo tanto se puede esperar que tales circunstancias no sean permitidas. La existencia de un límite para la velocidad, el cual debe ser una cantidad invariante, nos sugiere una revisión de la forma convencional de adición de velocidades, ya que en su estructura usual ésta carece de elementos que manifiesten dicho límite.

Por otro lado, la contracción de la longitud es un aspecto que no está contemplado dentro de las ideas de la física en el contexto clásico galileano. Este efecto puede ser cuantificado a partir de la definición de la densidad lineal  $\lambda$  y del principio de conservación de la carga, con lo que se obtiene, a partir de (11)

$$\Delta l = \gamma^{-1}\Delta l' \quad (12)$$



donde  $\Delta l'$  representa el segmento de línea que contiene una cantidad de carga  $\Delta Q$ , visto desde el sistema propio, y  $\Delta l$  el correspondiente segmento, con igual contenido de carga, visto desde el sistema en movimiento.


Estos dos aspectos, un límite para la velocidad y la contracción de la longitud, nos sugieren una revisión de las ideas presentes en la cinemática clásica de partículas, ya que parecieran faltar algunos elementos que puedan explicar los efectos antes mencionados.

Estos análisis deben ser presentados haciendo énfasis de que todas las situaciones están siendo descritas dentro del contexto de la física clásica newtoniana-galileana, sin involucrar elementos de la teoría de la Relatividad Especial, de manera que estimulen el cuestionamiento de las teorías clásicas y provoquen el desvanecimiento del apego, casi religioso, que se tiene de esas teorías.

#### Ninfa Garrido

Postgrado en Aprendizaje y Enseñanza de la(s) Ciencia(s).  
Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes Mérida-Venezuela. Escuela de Educación, Facultad de Humanidades y Educación. Universidad del Zulia. Maracaibo-Venezuela

### 3. CONCLUSIÓN

Los anteriores resultados son obtenidos sobre el conocimiento de la cinemática clásica de partículas y de las teorías elementales de electricidad y magnetismo, propias de los cursos básicos de las carreras de ingeniería y ciencias. Así vemos que un estudiante de nivel intermedio, en estas carreras, posee las herramientas necesarias para abordar este tipo de tópicos. De tal forma que estos resultados pueden ser usados para despertar en él ese elemento *subsumidor* en su estructura cognitiva, necesario para el abordaje conceptual de la Relatividad Especial en una forma más comprensible. 

#### María Judith Arias Rueda

Postgrado en Aprendizaje y Enseñanza de la(s) Ciencia(s).  
Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes Mérida-Venezuela. Ciclo Básico, Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia. Maracaibo-Venezuela.

#### Félix Antonio Aguirre Márquez

Postgrado en Aprendizaje y Enseñanza de la(s) Ciencia(s).  
Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes Mérida-Venezuela. Departamento de Física, Facultad de Ciencias. Universidad de los Andes. Mérida-Venezuela..

### BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel, Davis. (1968). *Educational psychology. A cognitive view*. New York (Estados Unidos de América): Holt, Rinehart and Wilson.
- Coles, Peter. (2004). *Einstein y el nacimiento de la gran ciencia. Encuentros contemporáneos*. Barcelona (España): Gedisa.
- French, Anthony Philip. (1974). *Relatividad especial*. Barcelona (España): Reverté.
- Greca, Ileana; y Moreira, Marco Antonio. (1998). Modelos mentales y aprendizaje de física en electricidad y magnetismo. *Enseñanza de las ciencias*, 16 (2), Barcelona (España), págs. 289-303.
- Moreira, Marco Antonio. (2005). Aprendizaje significativo crítico. *Indivisa, Boletín de Estudios*, 6, Madrid (España), págs. 86-101.
- Purcell, Edward. (1969). Electricidad y magnetismo. En: *Berkeley physics course*, Barcelona (España): Reverté; vol. 2.
- Serway, Raymond; y Jewett, John. (2008). *Física para Ciencias e Ingeniería*. (7.ª ed.), México: Cengage; tomos 1 y 2.