

EL PROCESO DE LA MODELACIÓN Y APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS, COMPETENCIAS Y EVALUACIÓN

William Lozana
wolg@hotmail.com

William Sierra

Doctorando ULA -Táchira

Fecha de recepción: 26 de Marzo de 2012

Aprobado: 02 de julio de 2012

RESUMEN

La "Modelación matemática" se utiliza para indicar cualquier relación, sea la que sea, entre el mundo real y las matemáticas, la cual se realiza en etapas: Construcción, simplificación, matematización, trabajo matemático, interpretación, validación y exposición (Bustamante & Villa, 2010). No es fácil desarrollar La Modelización Matemática ya que posee componentes muy complejos (Galbraith, 2011). Algunos investigadores afirman que no en todos los países, en sus currícula y en sus niveles de educación, está presente la competencia de modelización (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007), (Brito & Alemá, 2011) y (Aravena & Caamaño, 2007). Esto es debido principalmente a que las competencia de modelación están relacionadas con el contexto social, cultural y procesos de enseñanza de cada país, en los cuales estas características difieren (Acevedo, Montañez, & Huertas, 2007), (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007). La evaluación de la competencia de modelación, también es compleja pero no imposible. La Evaluación dentro de las aplicaciones y el modelado exige una serie de retos en lo que respecta a la evaluación de las competencias.

PALABRAS CLAVE: Modelación matemática, Aplicación matemática, Abstracción, Situaciones reales, Habilidades matemáticas, Sentido realidad, Procesos mentales.

THE MODELING AND APPLICATION OF MATHEMATICS PROCESS, COMPETENCE AND ASSESSMENT

ABSTRACT

"Mathematical modeling" is used to indicate any relationship, whatever there can be, between the real world and math, which is done in stages: construction, simplification, mathematization, mathematical work, interpretation, validation and exposure according to (Bustamante & Villa, 2010) For, It is not easy to develop "Mathematical modeling" since it has very complex components (Galbraith, 2011). Some researchers, claim that not in all countries, in their curricula and their levels of education, is this (Blum, Galbraith, Wolfgang) modelling competition, (Brito & Alemá, 2011) y (Aravena & Caamaño, 2007). This is due mainly to the modeling competition related to the social, cultural context and teaching processes in each country, in which these features differ (Acevedo, Montañez, & Huertas, 2007), (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007). The assessment of the competence of modeling, also is complex but not impossible. Assessment within the applications and modeling requires a series of challenges in regards to the assessment of competencies.

Key words: Mathematical modelling, mathematical application, abstraction, real-life situations, math skills, sense of reality, mental processes.

1. LA MODELACIÓN Y APLICACIÓN MATEMÁTICA.

Uno de los grandes problemas que se presentan en la enseñanza de la matemática es la abstracción en la mayoría de sus contenidos y la confusión que presentan los estudiantes al aplicar conceptos y tópicos matemáticos en situaciones reales. Muchos estudiantes sienten que se les enseñan procedimientos de abstracción matemática totalmente separados de su sentido y contexto del mundo real lo cual conlleva a visualizar el aprendizaje de la matemática como un aprendizaje absurdo; desprovisto de toda utilidad. Esto se debe primordialmente a que los actuales métodos de la enseñanza matemática se basan, en su mayoría, exclusivamente en los procesos cognitivos y la abstracción, la utilización de mecanismos de escritura simbólica para la representación del conocimiento y de cómo este es transmitido e integrado a la mente del Estudiante y poca relación con el mundo real y de la vida cotidiana del alumno, (Bustamante & Villa, 2010), (Artigue, 2011), (Greer, 2007), (García, 2007). El comprender lo que ocurre a nivel cognitivo en la persona que intenta resolver un problema matemático en el mundo real es de suma importancia. Entender esos procesos y generar buenas teorías científicas para explicarlos es de crucial importancia para la educación matemática (Ruiz, 2008).

Ante esto ha surgido la necesidad de idear teorías que ayuden a los estudiantes y profesores a resolver esta temática. Uno de los enfoques que ayudan que la abstracción no sea un obstáculo en el análisis es lo que se ha denominado representación semiótica, la cual incluye los procesos de la flexibilidad y la coordinación entre los actos de visualización y análisis en el intento de los estudiantes para llegar a una fórmula general (Nilsson & Juter, 2006). La representación semiótica juega un papel importante para ayudar a entender los problemas abstractos de allí que los recursos semióticos - lenguas orales y escritas, los sistemas matemáticos de representación, dibujos, gestos, etc. - a través del cual los objetos matemáticos y las relaciones pueden ser experimentados y expresados, ayudan a entender mejor las matemáticas (Fernandes & Solange, 2007). Sin embargo, esto no es suficiente para abordar problemas matemáticos en situaciones reales, aunque forma parte de la solución.

Una teoría que si apunta en tener éxito en aplicar la matemática en situaciones reales es la Modelación Matemática. La Modelación matemática tiene relación directa con el mundo real. Según (Fecchio, 2010) la Modelación Matemática como recurso didáctico mejora el proceso de aprendizaje de enseñanza en la matemática,

y de igual forma la modelación matemática ayuda al estudiante a aumentar de manera progresiva su capacidad de razonamiento matemático (Greer, 2007); (Lesh, Carmona, & Post, 2002). De acuerdo a (Morten, 2010): "Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuáles construir importantes conceptos matemáticos".

Para ir entendiendo mejor este tópico debemos tratar de entender los conceptos básicos que lo componen, sus estructuras y la perspectiva que pretende abordar, como también, las competencias y formas de evaluarlas. Los conceptos básicos son: "El Mundo Real", "Modelación matemática" y "Aplicación de las Matemáticas". "El Mundo Real" es el que sirve para describir el mundo fuera de las Matemáticas, lo que nosotros tocamos, vemos, cuantificamos y presentan características propias, todas las cosas implícitas en la naturaleza, la sociedad y la cultura (Blum, Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007). La "Modelación matemática" se utiliza para indicar cualquier relación, sea la que sea, entre el mundo real y las matemáticas, la cual se realiza en etapas: Construcción, simplificación, matematización, trabajo matemático, interpretación, validación y exposición (Bustamante & Villa, 2010).

La "Modelación Matemática" es un sistema conceptual que se expresa mediante el uso de medios externos de representación que puede surgir de un problema o situación del mundo real (Lesh, Carmona, & Post, 2002), (Bosch, García, Gascón, & Ruiz H, 2006).

Otro concepto es la "Aplicación de las Matemáticas", La cual se da cuando se utiliza la matemática para resolver un problema del mundo real. Ahora bien, existe una estrecha relación entre "Aplicación de las Matemáticas" y La "Modelación Matemática". Según (Blum, Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007) en las últimas dos décadas se ha utilizado los términos "Modelación matemática" y "Aplicación de las Matemáticas" para describir la relación bidireccional entre el mundo real y las matemáticas. Para entender esta relación veamos el diagrama de dirección entre la "Realidad" las "Matemática".

Realidad → Matemática = Modelación matemática
Matemática → Realidad = Aplicación de las Matemáticas

El termino relación "Modelación matemática" se entiende en un plano enfocándonos en la relación "realidad → matemática", y para entender este

concepto se puede preguntar **¿Dónde puedo buscar ayuda en las matemáticas para solucionar este problema del mundo real?** En cambio la “Aplicación de las Matemáticas” tiene una dirección “matemática → realidad”. De igual forma, para entender este concepto se puede preguntar **¿Dónde puedo utilizar, en el mundo real, esta particular parte de las matemáticas que conozco o entiendo?** Como se puede observar es una dirección de relación opuesta a la “Modelación matemática”.

Es importante apuntar que la aplicación de las matemáticas en situaciones reales, como también la modelación matemática, presenta al profesor un doble reto. Por una parte el estar en continua actualización de las nuevas estrategias de la Didáctica, uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación (Software, simuladores, Webquest, etc.) como también las nuevas teorías de la enseñanza- aprendizaje (Cognitivismo, constructivismo, etc.) y evaluación (Instrumentos, cualitativa y evaluaciones por competencias). Esto implica que los docentes que no estén a la altura de esta carrera tecnológica, pedagógica y epistemológica quedaran relegados a los extremos del tipo de docente obsoleto, desplazado y desactualizado, que no está a la vanguardia de las nuevas tecnologías de punta y teorías didácticas y pedagógicas de avance.

Y en segundo lugar, los profesores que quieran estar a la altura de las nuevas teorías de la didáctica y enseñanza tienen que alejarse de la vieja escuela (una enseñanza tradicional y conductista) y de su quehacer profesional centrado únicamente en la transmisión de unos conocimientos abstractos y con un estilo de enseñanza expositiva, es decir, ese tipo de enseñanza que se caracteriza por estar sobrecargada de definiciones y de procedimientos algorítmicos y mecánicos, en donde solo al final, en contados casos, aparece una aplicación Didáctica, el uso de una tecnología innovadora, que trae a los estudiantes un fresco desahogo que contrasta con el asfixiante y monótono estilo de enseñanza tradicional.

Gabriell (2010) plantea: “¿Será cierto que los estudiantes no estudian lo suficiente? ¿Los contenidos no se adaptan a su edad? ¿Los profesores no enseñan en forma comprensiva sino que se limitan a transferir conocimientos? ¿Qué tipo de errores comenten los estudiantes? ¿Por qué los cometen? No es lo mismo repetir mecánicamente una regla a reconocer dónde, cuándo y por qué se debe emplear. El universo de interrogantes es muy amplio”. Existe un círculo ad infinitum sobre quién debe asumir la responsabilidad en la eficiencia de la enseñanza de las matemáticas.

Para (Gabrielli, 2010) la dificultad radica en que los estudiantes culpan a la mala enseñanza a los profesores, los profesores al poco interés y estudio por parte de los estudiantes y la sociedad al Sistema Educativo.

2. LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULO

La Modelación matemática está contenida, en nuestro presente tiempo, en la mayor cantidad de currículos educativos de los países que han tenido éxito en sus experiencias en materia de enseñanza aprendizaje. Testimonio de ello es los que han participado en la prueba PISA y han llegado a colocarse en puestos destacados.

Sin embargo, algunos investigadores afirman que no en todos los países, en sus currículos y en sus niveles de educación, está presente la competencia de modelización (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007), (Brito & Alemá, 2011) y (Aravena & Caamaño, 2007). Esto es debido principalmente a que las competencias de modelación están relacionadas con el contexto social, cultural y procesos de enseñanza de cada país, en los cuales estas características difieren (Acevedo, Montañez, & Huertas, 2007), (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007). Ante esto muchos estudiosos han desarrollado investigaciones donde la competencia de modelación en el currículo ha sido factor importante.

A nivel de la práctica docente, ha surgido una nueva teoría denominada “La matemática en el contexto”, la cual está inmersa dentro de la Modelación Matemática y se centraliza en un enfoque curricular. Para (Camarena, La modelación matemática en el ambiente de aprendizaje: una innovación, 2010) :“La modelación matemática es uno de los temas que aparecen en el currículo oculto de las carreras universitarias, ya que se supone que el egresado debe saber modelar y, en muchos planes y programas de estudio para nada se hace alusión al término «modelación matemática»’; en otros currículos, dentro de los objetivos de los programas de estudio, se dice que el alumno deberá saber modelar problemas de otras áreas del conocimiento, y en muy pocos currículos viene este término incluido en el temario de las asignaturas. Pero, en ningún caso se dice cómo incorporar la modelación matemática a los cursos de matemáticas, ni cómo lograr que los estudiantes modelen situaciones de otras áreas o problemas de la vida cotidiana”.

Esta nueva teoría se agrupa en cinco fases: la Curricular, la Didáctica, la epistemológica, la de formación docente, la cognitiva (Camarena, la matemática en

el contexto de las ciencias, 2010). La finalidad de esta es aplicar la modelización matemática en contexto con las otras ciencias y con situaciones reales. Esta teoría ha añadido a la teoría de las Transposiciones didácticas de Chavallard (1998) un constructo teórico denominado transposición contextualizada; en donde la matemática que han aprendido los estudiantes en la escuela sufre transformaciones para adaptarse a la forma de trabajar de otras ciencias y en situaciones reales (Camarena, La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI, 2006). Ver figura 2.

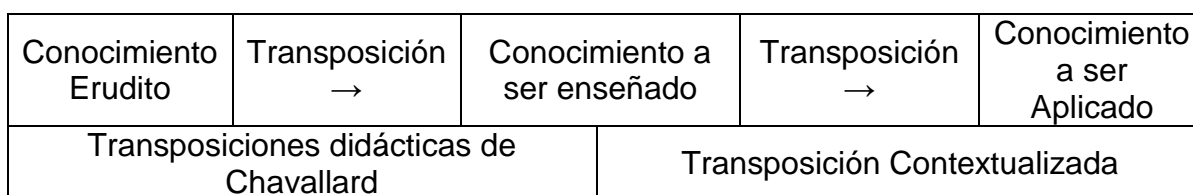


Figura. 2

La teoría “La Matemática En El Contexto De Las Ciencias” posee una importancia central en el enfoque de sus cinco (5) fases antes expuestas, lo cual permite un abordaje completo desde todos los componentes en la enseñanza, preparación de los profesores, disposición para incluir la competencia de modelación en el currículo, preparación estudiantes y proveer herramientas y ayuda ideales para incluir la modelación matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje. Sin embargo, esta teoría se ha aplicado a nivel universitario existiendo la necesidad retomarla en el nivel de bachillerato.

Según Artigue (2011) Una enseñanza completa de las matemáticas debería abarcar, y ser funcional, si puede, en menor grado, cumplir:

- A. Optimizar los procesos de aprendizajes
- B. Crear situaciones para el manejo de la semiótica de tal forma que los estudiantes incorporen los conceptos e ideas la organicen y representen internamente para lograr un mayor entendimiento de los temas dados.
- C. Utilización de los conocimientos representados e información para la solución de problemas lógicos y de razonamiento abstracto.
- D. Aplicabilidad de los conocimientos aprendidos en situaciones de la vida real. Para ello se hace necesario aprender y profundizarse en la modelación matemática y la contextualización de la misma con otras áreas afines.

3. LA COMPETENCIAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA.

Para (Camacho, De la Fuente Martínez, Gámez, & González, 2009): "La Competencia de modelación se desarrolla de forma coordinada con otras competencias matemáticas y otras competencias básicas." OCDE / PISA (Competencia en matemáticas (OCDE / PISA), 2012) define de la siguiente manera la competencia matemática: "La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".

Muchos autores consideran que la competencia de modelización matemática es importante dentro de los contenidos principales de la matemática. Según (Morten, 2010): "El desarrollo de competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos es frecuentemente considerado relevante para los últimos años de la escuela secundaria o después de ella". La modelización matemática puede ser concebida como un contenido de enseñanza que sitúa la relación entre el "Mundo Real" y la matemática en un punto crucial de la enseñanza y el aprendizaje en esta área, es considerada de suma importancia para cualquier nivel de enseñanza de las matemáticas.

Sin embargo, algunos investigadores afirman que no en todos los países, en sus currículos y en sus niveles de educación, está presente la competencia de modelización (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007), (Brito & Alemá, 2011) y (Aravena & Caamaño, 2007). Además, aunque las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje de las matemáticas, se debe aclarar que, las competencias de modelación no son suficientes para resolver problemas del mundo real; existen otras competencias en el contexto que complementan y son necesarias al momento de realizar modelación matemática, tales como, por ejemplo, las competencias sociales al trabajar en grupo, entre otras (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007). La competencia de modelación incluye las capacidades de:

- a) Traducir la realidad a una estructura matemática.
- b) Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.
- c) Trabajar con un modelo matemático.
- d) Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.

- e) Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).
- f) Dirigir y controlar el proceso de modelización.

Las competencias de modelación matemática que establece el Informe (PISA) son: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (Rico, 2010).

4. LA EVALUACION DE LA COMPETENCIA DE MODELACIÓN

Todo lo expuesto anteriormente es entendible, pero para un mejor conocimiento de cómo se debe evaluar las competencias de modelación hay que ver las divisiones de las mismas. La evaluación de la competencia de modelación es compleja pero no imposible. La Evaluación dentro de las aplicaciones y el modelado exige una serie de retos en lo que respecta a la evaluación de las competencias, y del impacto de las iniciativas. Hay que señalar que la modelación matemática es inusual dentro del currículo de matemáticas en algunos países, en que la evidencia de la enseñanza y aprendizaje exitoso puede ocurrir independientemente de las medidas de evaluación formales o informales, por ejemplo a través de las acciones espontáneas e idiosincrásicas de los estudiantes. (Galbraith, 2011).

¿Porque es compleja la competencia de modelación? Según (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007) existen tres divisiones de modelación con sus respectivas competencias. En este panorama, ellos consideran cómo las competencias de modelación pueden ser caracterizada o estructuradas, utilizando un marco de niveles o esquema arbóreo. Estas divisiones son: modelación implícita (en el que el estudiante es esencialmente el modelado, sin ser conscientes de ello), modelación explícita (en el cual se dirige la atención a los procesos de modelado), y la modelación crítica (por el cual las funciones de los modelos dentro de las matemáticas y la ciencia, y dentro de la sociedad, son críticamente analizadas). Cada característica de las divisiones es importante para la evaluación de la competencia de modelación.

La Competencia de modelación se desarrolla y se adquiere en los estudiantes a largo plazo como cualquiera de las otras competencias matemáticas. Por esta

causa algunos autores proponen que las competencias expresan aprendizajes adquiridos a largo tiempo por lo cual evaluar en todo momento no se hace necesario. Lo que hay que hacer es planificar actividades en función de la competencia que se desea desarrollar apoyándose la evaluación en elementos utilizados con más frecuencia: trabajos, intervenciones en clase, trabajo en grupo, entre otros (Camacho, De la Fuente Martínez, Gámez, & González, 2009).

Existen algunas otras formas de evaluar la competencia de modelación. En el currículo Danés se trabajó con éxito la evaluación de la competencia de modelación. Soren (1999) Trabajo con un proyecto de prueba que se denominó “Proyectos de exploración” en el cual los estudiantes trabajaban con actividades guiados en el aula por el profesor y en sus hogares por un tiempo aproximado de 3 semanas al final de las cuales los estudiantes presentaban sus experiencias en un reporte escrito para después ser defendido en un test oral. El tipo de evaluación fue mixta, cualitativa y cuantitativa y obtuvo buenos resultados (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007).

Finalmente Vos Pauline (2003), (Blum , Galbraith, Wolfgang, & Niss, 2007) expone que diferentes métodos y criterios en la evaluación tienen que intentarse como por ejemplo:

- a) Las pruebas a través de preguntas abiertas y para la habilidad de orden superior.
- b) Ser abierto a una amplia gama de métodos y enfoques.
- c) Hacer que los estudiantes exhiban su propia comprensión.
- d) Permitir a los estudiantes llevar a cabo el trabajo práctico.
- e) Realizar actividades provechosas y significativas para que el estudiante aprenda.
- f) Integrar situaciones de la vida en la enseñanza de las matemáticas.

Estos autores también exponen que un modelo ideal a seguir es el aplicado en la evaluación del programa PISA. Para evaluar el nivel de competencia matemática de los alumnos, el programa PISA se basa en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss (1999) y sus colegas daneses (Competencia en matemáticas (OCDE / PISA), 2012):

- A. **Pensar y razonar.** Incluye plantear preguntas características de las matemáticas (“¿Cuántas ... hay?”, “¿Cómo encontrar ...?”); reconocer el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen para estas preguntas; distinguir

- entre diferentes tipos de proposiciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales); y entender y manipular el rango y los límites de ciertos conceptos matemáticos.
- B. **Argumentar.** Se refiere a saber qué es una prueba matemática y cómo se diferencia de otros tipos de razonamiento matemático; poder seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; desarrollar procedimientos intuitivos; y construir y expresar argumentos matemáticos.
- C. **Comunicar.** Involucra la capacidad de expresarse, tanto en forma oral como escrita, sobre asuntos con contenido matemático y de entender las aseveraciones, orales y escritas, de los demás sobre los mismos temas.
- D. **Modelar.** Incluye estructurar la situación que se va a moldear; traducir la “realidad” a una estructura matemática; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y plantear críticas a un modelo y sus resultados; comunicarse eficazmente sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones que pueden tener estos últimos); y monitorear y controlar el proceso de modelado.
- E. **Plantear y resolver problemas.** Comprende plantear, formular, y definir diferentes tipos de problemas matemáticos y resolver diversos tipos de problemas utilizando una variedad de métodos.
- F. **Representar.** Incluye codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares.
- G. **Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas.** Comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico / formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.
- H. **Utilizar ayudas y herramientas.** Esto involucra conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas (incluyendo las tecnologías de la información y las comunicaciones TICs) que facilitan la actividad matemática, y comprender las limitaciones de estas ayudas y herramientas.

El Programa PISA ha incluido algunos elementos con aplicaciones y contenidos de modelado en su banco de ítems. Una interesante gama de habilidades de aplicación se toman muestras de los artículos, incluyendo la necesidad de hacer suposiciones, optar por un enfoque matemático, e interpretar los resultados. Por su naturaleza los artículos no contemplan el trabajo de modelado extendido, pero es interesante que aun así las tasas de omisión han sido con frecuencia muy alta entre los países, apuntando al déficit en la confianza, así como de su competencia, con las que los estudiantes se acercan a los problemas contextualizados (Galbraith, 2011).

La evaluación de PISA se concentra en problemas de la vida real que van más allá de las situaciones y problemas que típicamente se encuentran dentro del salón de clase. En el mundo real, las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, puede contribuir a clarificar, formular o resolver un problema. Este es el caso, por ejemplo, cuando las personas van de compras, viajan, preparan alimentos, revisan sus finanzas personales o tratan de formarse opiniones sobre cuestiones de interés político, etc. (Competencia en matemáticas (OCDE / PISA), 2012)

5. CONCLUSIÓN

No es fácil desarrollar La modelización Matemática; posee componentes muy complejos y con la particularidad de la necesidad de una preparación completa en el área de Modelación Matemática por parte de los profesores, conocer y desarrollar proceso cognitivos en los estudiantes para desarrollar la competencia de modelación y poseer un buen diseño curricular. Esta es la causa principal por la cual en muchos países no está presente en su currículo la competencia de modelación matemática (Galbraith, 2011). Ante esto, investigadores, como Patricia Camarena, han visto esta dificultad y por esto han desarrollado programas y teorías a largo plazo para incorporar la modelación matemática en los currículos de los niveles educativos en sus fases: La Curricular, La Didáctica, La epistemológica, La de formación docente, La cognitiva (Camarena, La matemática en el contexto de las ciencias, 2010).

Sumado a esto: la evaluación de la competencia de modelación, también es compleja pero no imposible. La Evaluación dentro de las aplicaciones y el modelado exige una serie de retos en lo que respecta a la evaluación de las competencias, y del impacto de las iniciativas. Hay que señalar que la modelación matemática posee

una característica particular dentro del currículo de matemáticas, en que la evidencia de la enseñanza y aprendizaje exitoso puede ocurrir independientemente de las medidas de evaluación formales o informales, por ejemplo a través de las acciones espontáneas e idiosincrásicas de los estudiantes (Galbraith, 2011).

Finalizando, la Modelación Matemática es un recurso didáctico que mejora el proceso de aprendizaje y de enseñanza en la matemática, y de igual forma la modelación matemática ayuda al estudiante a aumentar de manera progresiva su capacidad de razonamiento matemático (Greer, 2007); (Lesh, Carmona, & Post, 2002). De acuerdo a (Galbraith, 2011): “Podemos buscar la evidencia de como en todos los niveles de la educación en el que se capacita en las aplicaciones de modelación matemática para tener un impacto sobre las actividades de los estudiantes más allá de los estrechos límites de la clase de matemáticas.” De igual forma (Morten, 2010) afirma: “Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuáles construir importantes conceptos matemáticos”. Testimonio de ello son los países que han incursionado y destacado en la Prueba PISA.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Competencia en matemáticas (OCDE / PISA). (2012). Obtenido de <http://www.eduteka.org/Pisa2003Math.php>
- Acevedo, M., Montañez, J., & Huertas, C. (2007). Fundamentación conceptual área de matemáticas. Recuperado el 19 de Mayo de 2012, de http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1197
- Aravena, M., & Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. Recuperado el 17 de Mayo de 2012, de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art01.pdf>
- Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. Paris: Laboratoire de Didactique André Revuz Francia. Recuperado el 19 de Octubre de 2011, de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/669/658>
- Blum, W., Galbraith, P., Wolfgang, H., & Niss, M. (2007). Modelling and Applications in Mathematics Education. Berlin: Springer.
- Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Ruiz, H. L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría Antropológica de lo didáctico. Educación Matemática, agosto, año/vol. 18, número 002, 37-74. Recuperado el 17 de Octubre de 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40518203>
- Brito, M., & Alemá, I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. Ingeniería Mecánica, ISSN 1815-5944, Vol. 14, Nº. 2, 2011, 129-139. Recuperado el 2011 de Octubre de 17, de http://revistascientificas.cujae.edu.cu/Revistas/Mecanica/Vol-14/2-2011/05_2011_02_129_139.pdf

- Bustamante, C., & Villa, J. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. Recuperado el 15 de Octubre de 2011, de <http://funes.uniandes.edu.co/905/1/alme23.pdf>
- Camacho, M., De la Fuente Martínez, C., Gámez, J., & González, M. J. (2009). Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas. Madrid, España: Aulas de Verano.
- Camarena, P. (2006). La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI. Científica, año/vol. 10, número 004 Instituto Politécnico Nacional, Distrito Federal, México, 167-173. Recuperado el 17 de Octubre de 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/614/61410403.pdf>
- Camarena, P. (2010). La matemática en el contexto de las ciencias. Recuperado el 18 de Octubre de 2011, de <http://www.colposgrado.edu.mx/memorias/camarena.pdf>
- Camarena, P. (2010). La modelación matemática en el ambiente de aprendizaje: una innovación. Recuperado el 17 de Mayo de 2012, de http://www.ciie.cfiie.ipn.mx/2domemorias/documents/m/m13a/m13a_28.pdf
- Fecchio, R. (2010). A modelagem matemática como recurso didático em projetos interdisciplinares . Unión: revista iberoamericana de educación matemática, ISSN 1815-0640, N°. 22, 2010, 133-145. Recuperado el 17 de Octubre de 2011, de http://www.fisem.org/web2/union/fisem_antiguo/descargas/22/Union_022_013.pdf
- Fernandes, H., & Solange, H. A. (2007). The Role of Gestures in the Mathematical Practices of Those Who Do Not See with Their Eyes. Educational Studies in Mathematics, v77 n2-3 p157-174 Jul 2011. Recuperado el 18 de Octubre de 2011, de <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-010-9290-1>
- Gabrielli, P. (2010). Reflexiones en torno a la matemática, una didáctica. Recuperado el 05 de Mayo de 2012, de http://didacticaymatematica.idoneos.com/index.php/Reflexiones_en_torno_a_la_Mate%C3%A1tica#%C2%BFC%C3%B3mo_se_ense%C3%B1a_y_c%C3%B3mo_se_aprende_la_Mtem%C3%A1tica_hoy%3F
- Galbraith, P. (2011). Applications and modelling in mathematics education:Progress to celebrate – so much more to do. Recuperado el 19 de Mayo de 2012, de http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular_pdf/RL_Peter_Galbraith.pdf
- García, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. Omnia, año/vol. 13, número 002, 120-157. Recuperado el 18 de Octubre de 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/737/73713207.pdf>
- Greer, B. (2007). Complexity of Mathematics in the Real World.
- Lesh, R., Carmona, G., & Post, T. (2002). Models and Modeling. Proceedings of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (24th, Athens, GA, October 26-29, 2002). Volumes 1-4; see SE 066 887. Recuperado el 19 de Octubre de 2011, de <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED471752.pdf>
- Morten, B. (2010). La modelación Matemática, una teoría para la practica. Recuperado el 17 de Mayo de 2012, de http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/23_2_Modelizacion1.pdf
- Nilsson, P., & Juter, K. (2006). Flexibility and Coordination among Acts of Visualization and Analysis in a Pattern Generalization Activity. Journal of Mathematical Behavior, v30 n3 p194-205 Sep 2011. Recuperado el 16 de Octubre de 2011, de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312311000320>
- Rico, L. (2010). La Competencia Matemática en PISA. Recuperado el 17 de Mayo de 2012, de [Http://funes.uniandes.edu.co/529/1/ricol07-2777.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/529/1/ricol07-2777.pdf)
- Ruiz, A. (2008). Reseña de "XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática". Educación Matemática, Vol. 20, Núm. 2, agosto-sin mes, 2008, pp. 121-126. Recuperado el 16 de Octubre de 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40512062007>