

Planning and Optimization of Drilling for Directional Wells

Planificación y Optimización en la Perforación Direccional de Pozos Petrolíferos

R. Hernández

Postgrado de
Modelado y
Simulación de
Sistemas
Universidad de Los
Andes
Mérida, Venezuela
carpai@ula.ve

P. Guillén

Centro de Simulación
y Modelos (CESIMO)
Universidad de
Los Andes
Mérida, Venezuela
pguillen@ula.ve

F. Hidrobo

Dpto. de Física
Facultad de Ciencias
Universidad de
Los Andes
Mérida, Venezuela
hidrobo@ula.ve

G. Montilla

Centro de
Procesamiento de
Imágenes
Universidad de
Carabobo
Valencia, Venezuela
montillaleon@gmail.com

Abstract

This work presents a mathematical method to design a three dimensional (3D) well trajectory using cubic functions and genetic algorithm to find the optimum drilling depth. The trajectories are obtained for various conditions at the end of the trajectory, minimizing true measured depth. The use of cubic functions and genetic algorithm provides a continuous and smooth trajectory, connecting the current position of the hole (possibly at the surface) to a target on the geometric characteristics of the trajectory.

Palabras Claves: Planificación, Optimización, Perforación direccional, Funciones cúbicas, Algoritmos genéticos

1. Introducción

Se han publicado varios trabajos para diseñar trayectorias de pozos 3D: Planeix y Fox [1] en 1979 presentaron un trabajo en donde el ángulo de inclinación (desviación con respecto a la vertical) y el azimut (ángulo de desviación con respecto al norte geográfico hacia el este) los controlaban independientemente, pero se llegaba a una formulación implícita. En 1992 Mitchell [2] propuso resolver este problema, pero las expresiones que hacen uso de geometría analítica resultaron limitadas y no pudieron ser usadas bajo restricciones para alcanzar el yacimiento. En 1992 Guo et. al. [3]

presentaron el método de la curvatura constante para resolver el problema de fijar restricciones para alcanzar el yacimiento, la determinación del ángulo de máximo crecimiento y otros parámetros necesarios. En 1995 Ebrahim [4] generalizó las expresiones de Mitchell utilizando álgebra vectorial y geometría diferencial. En el 2001 Liu y Shi [5] presentaron un método general donde dos arcos y una línea recta son usados para resolver el caso de establecer las restricciones al final de la trayectoria. En el 2003 Sawaryn y Thorogood [6] presentaron el método de la mínima curvatura. En el 2006 Sampaio [7] publicó un trabajo para planificar, diseñar y optimizar trayectorias 3D haciendo uso de geometría diferencial, funciones cúbicas y un esquema de gradiente descendente para la optimización de la trayectoria. Este trabajo basado en los estudios hechos en [7] presenta el uso de funciones cúbicas para obtener una trayectoria suave, que mejor se adapte a las herramientas de perforación 3D actuales, tomando en cuenta las cuatro restricciones más frecuentes al final de la trayectoria: ángulos de inclinación y azimut libre o fijos, inclinación libre y azimut fijo e inclinación fija y azimut libre. Adicionalmente, se determinan la inclinación, el azimut, la severidad de la curvatura (dog-leg-severity, dls), y el ángulo y la dirección de la cara del taladro (tool face). Finalmente, un procedimiento de optimización basado en Algoritmos Genéticos (AGs) es utilizado para

minimizar la profundidad verdadera medida (TMD) de la trayectoria, obteniéndose mejores resultados que los presentados en [7].

2. Materiales y métodos

2.1. Parametrización de la trayectoria

Una curva en 3D puede ser expresada como:

$$P(u)=[V(u),N(u),E(u)] \quad (1)$$

donde V, N , y E son funciones de coordenadas que representan los puntos de la vertical, el Norte y el Este geográfico, y u tomará cualquier valor en el intervalo cerrado $[0,1]$. Con $u = 0$ para el extremo inicial de la trayectoria y $u = 1$ para el extremo final de la trayectoria. Una longitud infinitesimal ds de la trayectoria puede ser expresada por:

$$ds = \sqrt{\dot{V}^2 + \dot{N}^2 + \dot{E}^2} du = \sqrt{\dot{P} \cdot \dot{P}} du \quad (2)$$

Por lo tanto, la longitud $s(u)$ de la trayectoria entre el extremo inicial y cualquier punto $P(u)$ de la trayectoria está dada por la integral:

$$s(u) = \int_0^u \sqrt{[\dot{V}(\xi)]^2 + [\dot{N}(\xi)]^2 + [\dot{E}(\xi)]^2} d\xi \quad (3)$$

y la longitud total de la trayectoria está dada por $S=s(1)$. De las definiciones de inclinación θ y azimut φ de cualquier punto de la trayectoria, las siguientes relaciones se cumplen:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= dV / ds = (du / ds) \dot{V} \\ \sen \theta \cos \varphi &= dN / ds = (du / ds) \dot{N} \\ \sen \theta \sen \varphi &= dE / ds = (du / ds) \dot{E} \end{aligned} \quad (4)$$

con $du/ds = 1/\sqrt{\dot{V}^2 + \dot{N}^2 + \dot{E}^2}$. En los extremos inicial y final donde $\theta_0, \varphi_0, \theta_1$ y φ_1 son conocidas y haciendo uso de (4) se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(0) &= L_0 \cos(\theta_0) \\ \dot{N}(0) &= L_0 \sen(\theta_0) \cos(\varphi_0) \\ \dot{E}(0) &= L_0 \sen(\theta_0) \sen(\varphi_0) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(1) &= L_1 \cos(\theta_1) \\ \dot{N}(1) &= L_1 \sen(\theta_1) \cos(\varphi_1) \\ \dot{E}(1) &= L_1 \sen(\theta_1) \sen(\varphi_1) \end{aligned} \quad (6)$$

donde $L_0 = \sqrt{\dot{V}(0)^2 + \dot{N}(0)^2 + \dot{E}(0)^2}$ y $L_1 = \sqrt{\dot{V}(1)^2 + \dot{N}(1)^2 + \dot{E}(1)^2}$. Las magnitudes de L_0 y L_1 están relacionadas a las funciones de coordenadas y sus especificaciones determinarán la forma final de la trayectoria 3D.

2.2. Funciones de coordenadas

Las funciones de coordenadas $V(u), N(u)$ y $E(u)$ son totalmente arbitrarias y pueden proveer el grado de libertad requerido para imponer las condiciones en los extremos de la trayectoria. Para cada función de coordenadas tres o cuatro condiciones pueden ser impuestas: la abscisa y pendiente en el extremo inicial, la abscisa en el extremo final, y generalmente la pendiente en el extremo final. Cualquier función continua conteniendo cuatro coeficientes independientes puede ser usada como función de coordenadas. En este trabajo se hace uso de funciones cúbicas las cuales contienen cuatro coeficientes independientes.

2.3. Funciones cúbicas

Las expresiones generales de una función cúbica con su primera y segunda derivada son:

$$\begin{aligned} y(u) &= C_0 + C_1 u + C_2 u^2 + C_3 u^3 \\ \dot{y}(u) &= C_1 + 2C_2 u + 3C_3 u^2 \\ \ddot{y}(u) &= 2C_2 + 6C_3 u \end{aligned} \quad (7)$$

donde u es una variable independiente. Para el propósito de este trabajo, se considerarán dos casos: 1) Pendiente libre en el extremo final del intervalo y 2) Pendiente fija en el extremo final del intervalo.

En el primer caso las siguientes relaciones se cumplen en los extremos:

$$y(0) = Y_0 \quad y(1) = Y_1; \quad \dot{y}(0) = \dot{Y}_0; \quad \dot{y}(1) = 0 \quad (8)$$

Usando (7) y (8) se obtiene:

$$\begin{aligned} C_0 &= Y_0 & C_1 &= \dot{Y}_0 \\ C_2 &= -1,5(Y_0 - Y_1 + \dot{Y}_0) \\ C_3 &= 0,5(Y_0 - Y_1 + \dot{Y}_0) \end{aligned} \quad (9)$$

En el segundo caso las siguientes relaciones se cumplen en los extremos:

$$y(0)=Y_0 \quad y(l)=Y_1, \quad \dot{y}(0)=\dot{Y}_0, \quad \dot{y}(l)=\dot{Y}_1 \quad (10)$$

Usando (7) y (10) se obtiene:

$$\begin{aligned} C_0 &= Y_0; & C_1 &= \dot{Y}_0 \\ C_2 &= 3(Y_1 - Y_0) - 2\dot{Y}_0 - \dot{Y}_1 & (11) \\ C_3 &= 2(Y_0 - Y_1) + \dot{Y}_0 + \dot{Y}_1 \end{aligned}$$

A manera de ejemplo haciendo uso de (5), (6), (7) y (11) se muestra una expresión para la función de coordenada V con pendiente fija en el extremo final:

$$\begin{aligned} V(u) &= V_0 + L_0 \cos(\theta_0)u + \\ &(3(V_1 - V_0) - 2L_0 \cos(\theta_0) - L_1 \cos(\theta_1))u^2 \\ &+ (2(V_0 - V_1) + L_0 \cos(\theta_0) + L_1 \cos(\theta_1))u^3 \end{aligned} \quad (12)$$

2.4. Inclinación, azimut, curvatura, ángulo y dirección de la cara del taladro.

Para calcular la inclinación y el azimut en cualquier punto de la trayectoria, un vector unitario $t(u)$ tangente a la trayectoria debe ser determinado [8]. Si las componentes de los vectores unitarios tangentes son t_V , t_N , t_E , entonces la inclinación y el azimut en cualquier punto de la trayectoria se determinan mediante:

$$\theta = \arccos t_V \quad \text{y} \quad \varphi = \arctan \frac{t_E}{t_N}$$

La curvatura dls es normalmente expresado en grados/30m y se determina por $dls = \left(\frac{30 \times 180}{\pi} \right) \kappa$,

donde κ es la magnitud del vector curvatura en un punto $P(u)$. Para hallar el ángulo de la cara del taladro se hace uso de $\Psi = \arccos(\mathbf{h} \cdot \mathbf{n})$ donde \mathbf{h} es un vector unitario definido en la intersección de un plano vertical conteniendo la tangente a la trayectoria y el plano vertical a esta tangente, y \mathbf{n} es un vector normal unitario

expresado por $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{K}}{\kappa} = (n_V, n_N, n_E)$. La dirección de la cara del taladro se determina por $(\mathbf{h} \times \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t} = (h_N n_E - h_E n_N) t_V + (h_E n_V - h_V n_E) t_N + (h_V n_N - h_N n_V) t_E$.

2.5. Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos (AGs) son métodos sistemáticos de optimización para la resolución

de problemas que emulan la evolución biológica: selección basada en la población, reproducción y mutación [9]. Trata de hallar el conjunto (x_1, \dots, x_n) de tal manera que $F(x_1, \dots, x_n)$ sea máximo o mínimo. Sus componentes básicos son los genes y cromosomas, donde cada cromosoma es una solución, y cada gen sería cada uno de los x_i del conjunto (x_1, \dots, x_n) buscado. El propósito de aplicar AGs consiste en reducir la profundidad verdadera medida (TMD) que se determina por la ecuación (3). En vista que las cantidades L_0 y L_1 son escogidas de forma arbitraria, éstas pueden ser optimizadas con el objetivo de reducir la TMD. Las cantidades L_0 y L_1 van a representar los genes de los cromosomas. A cada cromosoma se le calcula un valor de ajuste (*fitness*) que en este caso es $(10000 / TMD)^2$, el ajuste es penalizado cada vez que el *dls* esté por arriba de $5^\circ/30$ m (curvatura no mayor a 5° por 30m para el mejor desenvolvimiento de los taladros). Se implantó una herramienta computacional en el lenguaje de programación Java, que contiene las formulaciones presentadas en las secciones anteriores, así como también, el modelo de AGs para determinar la trayectoria 3D optimizada. Esta herramienta permite visualizar la profundidad del pozo versus la TMD y la profundidad del pozo versus el *dls*.

3. Resultados

A continuación se presentan los resultados para cuatro casos bajo restricciones al final de la trayectoria. Los datos para todos los casos en el extremo inicial y final de la trayectoria son:

$$\begin{aligned} V_0 &= 500 \text{ m}; \quad N_0 = 5 \text{ m}; \quad E_0 = 18 \text{ m}; \\ \theta_0 &= 30^\circ; \quad \varphi_0 = 10^\circ; \quad L_0 = 3000; \\ V_1 &= 1600 \text{ m}, \quad N_1 = 800 \text{ m}, \quad E_1 = 1000 \text{ m}, \quad L_1 = 2500 \end{aligned}$$

Y para cada caso se varían los ángulos θ_1 y φ en el extremo final de la trayectoria. Para cada caso estos datos son introducidos en el modelo de AGs, de manera de poder obtener las cantidades L_0 y L_1 que permitan reducir la profundidad verdadera medida TMD.

Caso 1. Inclinación y Azimut fijos: En la Tabla 1 se muestran los resultados considerando $\theta_1 = 90^\circ$ y $\varphi = 0^\circ$, en pasos de 0.16. El

método de AGs logra reducir la *TMD* de 2.433 m a 2.295 m, es decir, 138 m, para unos valores de $L_0=1.412$ y $L_1=1.705$.

Tabla 1. Resultados de la trayectoria

Paso	V	N	E	TMD	dis	θ	ϕ	Ψ
0.00	500	5	18	500	4.92	30.0	10.0	102.7
0.16	713	101	99	749	1.74	35.1	58.0	54.0
0.32	946	181	273	1052	0.65	43.1	69.2	20.7
0.48	1175	264	495	1381	0.55	48.6	68.4	36.2
0.64	1376	370	720	1701	1.27	53.9	59.3	-60.4
0.80	1524	520	901	1981	3.30	63.6	39.2	-58.8
0.96	1596	734	995	2229	4.70	84.2	7.9	-53.4
1.00	1600	800	1000	2295	4.13	90.0	0.00	53.6

En la Figura 1 se muestra una visualización de la *TMD* no optimizada y optimizada versus la profundidad del pozo.

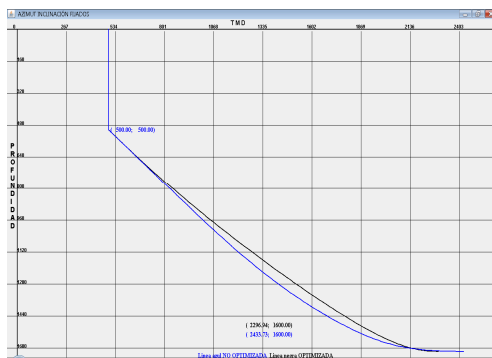


Figura 1. TMD versus profundidad del pozo

Caso 2. Inclinación y azimut libres: En este caso existe un solo grado de libertad L_0 , de manera que θ_1 y ϕ_1 pueden tomar cualquier valor. El método de AGs logra reducir la *TMD* de 2.305 m a 2.195 m, es decir, 110 m, para un valor de $L_0=1.000$.

Caso 3. Inclinación libre y azimut fijado: En este caso se considera $\phi_1=0^\circ$ y θ_1 libre. El método de AGs logra reducir la *TMD* de 2.404 m a 2.220 m, es decir, 184 m, para un valor de $L_0=1.007$ y $L_1=1.907$.

Caso 4. Inclinación fija y Azimut libre: En este caso $\theta_1 = 90^\circ$ y ϕ_1 libre. El método de AGs logra reducir la *TMD* de 2.407 m a 2.244 m, es decir, 163 m, para un valor de $L_0=1.046$ y $L_1=1.356$.

4. Conclusiones

Los resultados presentados nos confirman que las funciones cúbicas pueden ser utilizadas para parametrizar una trayectoria 3D, y a su vez, facilitan la imposición de condiciones en los extremos de la trayectoria. Las trayectorias 3D obtenidas generan curvas suaves y continuas, siendo especialmente útiles para los modernos taladros direccionales. Finalmente, la aplicación de AGs nos permite obtener una trayectoria 3D optimizada, lo que conduce a una reducción de la profundidad verdadera medida (*TMD*), y una reducción en costos asociados a la perforación.

5. Referencias

- [1] Planeix M., Fox R. 1979. Use of an Exact Mathematical Formulation to Plan Three Dimensional Directional Wells. Paper No. 8338, Las Vegas, Nevada, September.
- [2] Mitchell B. 2005. Advance Oilwell Drilling Engineering Handbook, 10th ed., SPE-AIME, Dallas, Chap. 3, pp. 355-370.
- [3] Guo B., Miska S., Lee R. 1992. Constant Curvature Method for Planning a 3-D Directional Well. Paper No. 24381, Casper Wyoming, May.
- [4] Ebrahim A., 1995. General Three-Dimensional Well Trajectory Planning for Single and Multiple Directional Wells. MS thesis No.T4708, Colorado School of Mines, GoldenCO, December.
- [5] Liu X., Shi Z. 2001. Improved Method Makes a Soft Landing Of Well Path. Oil & Gas J., 99(43), pp. 47-51.
- [6] Sawaryn S, Thorogood J. 2003. A Compendium of Directional Calculations Based on Minimum Curvature Method. Paper No. 84246, Denver, Colorado, October.
- [7] Sampaio J. 2006. Planning 3D Well Trajectory Using Cubic Functions. Journal of Energy Resources Technology, Vol. 128, pp. 257-267. December.
- [8] Stoker J. 1969. Differential Geometry. Wiley, New York, pp. 12-48.
- [9] Hidrobo, F. (2001). Computación Evolutiva. En Introducción a las Técnicas de Computación Inteligente. Mérida, Venezuela, 181-197.