

# **Dinámica de la población en un gas social homogéneo**

**Antonio Parravano**

Centro de Física Fundamental, Facultad de Ciencias

Universidad de Los Andes

## **Abstract**

In a recent paper (Parravano y Reyes 2008) we proposed a model to represent the motility of social elements. Based in this model we analyze the evolution of the population by including rules for the birth and dead of the individuals in the system. These rules depend on the history of the vicinity of each element. The results of this model are compared with the case where the individuals repel eachother but compete for the resources in the system.

## **Resumen**

Recientemente se propuso un modelo determinístico para la movilidad de elementos sociales que tiene propiedades que evocan comportamientos sociales como el agrupamiento de individuos, la división de grupos al sobrepasar un tamaño crítico, el enfrentamiento entre grupos antagónicos, la conversión de individuos y la persecución entre grupos dispares. En el marco de este modelo se estudia la evolución de la población al permitir el nacimiento y la muerte de individuos en el sistema. Para esto se incluyen reglas adicionales al modelo: una para la sobrevivencia y otra para la procreación. Estas reglas dependen de la historia de la vecindad de cada elemento. La competencia entre nacimientos y muertes hace que la población alcance rápidamente un estado cuasi-estacionario con fluctuaciones que dependen del tamaño del sistema.

Los resultados de este modelo social son comparados con un modelo en el que los individuos tienden a vivir aislados y compiten por los recursos.

## **1 Introducción**

Los seres vivos muestran una diversidad de grados de organización colectiva, entre los cuales el más obvio es el desplazamiento colectivo organizado como el de las bandadas de pájaros, los bancos de peces, las manadas de animales, los enjambres de insectos y las colonias de bacterias. Este tipo de comportamiento ha sido modelado por los físicos a partir de la interacción entre los individuos en movimiento (Vicsek et al, 1995; Helbing, 2001; Shibata y Kaneko, 2003; Zanette y Mikhailov, 2004). En estos modelos la fuerza que provoca el movimiento de un individuo es la suma de los pares de fuerza ejercidos sobre él por los individuos en su vecindad. Este tipo de reciprocidad está presente en la mayoría de los sistemas físicos, pero recientemente se propuso un modelo con interacciones holísticas para representar la movilidad de individuos sociales (Parravano y Reyes 2008) que exhibe una serie de propiedades que es reminiscente del comportamiento de comunidades en competencia socio-ecológica.

En los modelos anteriores el número de individuos es constante, pero en el presente estudio consideraremos sistemas con población variable, para lo cual incluiremos reglas de sobrevivencia y procreación. Basados en el modelo de movilidad de individuos sociales incluiremos mecanismos de creación y desaparición de individuos que toman en cuenta las relaciones sociales entre los individuos. Consideraremos dos casos extremos para contrastar la estructura de edad de la población resultante: i) un caso que llamaremos "caso social" en el cual los individuos tienden a agruparse y la procreación y sobrevivencia de los individuos es favorecida por una vecindad estable y ii) un caso que llamaremos "caso

asocial” en el que los individuos tienden a mantenerse separados y la sobrevivencia es favorecida por el aislamiento.

## 2 Modelo de Gas Social

Se considera un sistema de  $N$  elementos móviles donde cada elemento  $i$  está caracterizado al tiempo discreto  $t$  por su vector de posición  $r_t^i$ . La dinámica del sistema esta regida por

$$r_{t+1}^i = r_t^i + \gamma m_t^i \sum_{j \in \eta_t^i} \frac{r_t^j - r_t^i}{|r_t^j - r_t^i|}. \quad (1)$$

La evolución de la posición del elemento  $i$  depende de su interacción con los elementos en su vecindad  $\eta_t^i = \{j : |r_t^i - r_t^j| \leq R\}$ .

El parámetro  $\gamma$  controla la amplitud del salto en una iteración y  $n_t^i$  es el número de vecinos del  $i$ ésimo elemento al tiempo  $t$ . Cuando  $\gamma > 0$  los elementos del mismo signo tienden a agruparse. Valores negativos de  $\gamma$  son utilizados para contrastar la evolución de la población en el gas social con el caso ”asocial” en el que los individuos tienden a vivir aislados y compiten por los recursos.

En el caso ”social”, un grupo es estable si el número de elementos es menor que

$$N_1 \approx \sqrt{\frac{\pi R}{2\gamma}} - 1 \quad (2)$$

Cuando el tamaño del grupo sobrepasa el valor crítico este se divide en dos o mas grupos estables. Consideremos ahora que  $N$  elementos se encuentran distribuidos en un área de tamaño  $L \times L$ . Si la densidad  $\rho = N/L^2$  es suficientemente baja, los elementos se autoorganizarán en una configuración de grupos que no interactúan. La configuración de

grupos no interactuantes que mayor densidad de elementos admite es la configuración compacta ( $N_g = (L/R)^2 / (2\sqrt{3})$ ) con grupos de tamaño  $N_1$ .

Esta configuración corresponde al valor crítico de densidad

$$\rho_1 = \frac{N_1 N_g}{L^2} = \frac{\sqrt{\frac{\pi R}{2\gamma}} - 1}{2\sqrt{3}R^2}. \quad (3)$$

Por encima de este valor crítico los grupos dejan de ser estables y la vecindad de cada elemento cambia constantemente. Si la procreación y la probabilidad de sobrevivencia se reducen cuando los grupos pierden estabilidad, es claro que la población se autorregulará cerca de  $\rho_1$ .

### 3 Reglas de evolución de la población

El número de individuos en una comunidad depende de la competencia entre nacimientos y muertes. La probabilidad de procreación y muerte de un individuo depende de propiedades intrínsecas como su edad  $a_t^i$  y de su interacción con otros individuos que pueden ofrecerle protección y/o servir de parejas para procrear; o por el contrario pueden competir por recursos y disminuir su probabilidad de sobrevivencia. Las reglas adoptadas en este modelo son:

1) Dos individuos  $i$  y  $j$  procrean un nuevo individuo  $k$  si

- $d^{i,j} \leq R$  Distancia para el encuentro
- $\alpha_1 \leq a_t^i \leq \alpha_2$  y  $\alpha_1 \leq a_t^j$  Edades de fertilidad
- $\tau_t^i \geq \tau_{rec}$  Recuperación post-parto
- $\lambda_t^{i,j} = \tau_{met}$  Confianza social

Donde  $d^{i,j}$  es la distancia entre los individuos  $i$  y  $j$ ;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son las edades de inicio y fin de la fertilidad;  $\tau_t^i$  es el tiempo transcurrido desde el último parto;  $\tau_{rec}$  es el periodo de recuperación post-parto;  $\tau_{met}$  es el periodo de vecindad mínimo para aparearse; y  $\lambda_t^{i,j}$  es el número de iteraciones consecutivas que el par  $i - j$  han estado a una distancia  $d^{i,j}$ ). En cada iteración el individuo  $i$  tiene una probabilidad de morir compuesta de dos términos aditivos; una probabilidad de muerte natural  $p_0 = 1/\tau$  y una probabilidad de muerte por condiciones adversas  $p_1$ :

- $p_1 = \mu \exp(-\max[\lambda_t^{i,j}]/4)$                       Para individuos sociales

- $p_1 = \mu[1 - \exp(-\kappa_t^i)]$                       Para individuos asociales

Donde,  $\tau$  es la edad promedio de muerte en las condiciones ambientales mas favorables,  $\mu$  es la probabilidad de máximo riesgo y  $\kappa_t^i$  es el número de individuos que han visitado el radio de caza  $R_{hunt}$  del individuo  $i$  desde la última vez que  $i$  estuvo solo.

## 4 Resultados

A continuación se muestran los resultados de una simulación que considera un sistema cuadrado de lado  $L$  con condiciones de frontera periódicas. Inicialmente se distribuyen al azar  $N_0$  individuos en el área de simulación con edades en el periodo de fertilidad. La figura muestra en su panel izquierdo la evolución de la población y en el panel derecho los valores de la mediana de la edad en la población en función de la población en cada iteración entre 5000 y 10000. Las curvas y puntos oscuros corresponden al caso social y los claros al caso asocial. Los valores de los parámetros utilizados son:

	$\gamma$	$R$	$\tau$	$\mu$	$R_{hunt}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\tau_{rec}$	$\tau_{met}$
Social	+0.02	4	70	1/4	0	$\tau/5$	$\tau/2$	$\tau/14$	$\tau/35$
Asocial	-0.02	”	”	”	1.25	”	”	”	0

En los dos casos estudiados la población alcanza un estado cuasi-estacionario en el que la edad media de la población y su dispersión tienden a ser mayores en el caso social.

## 5 Conclusiones

Se estudió la evolución de la población en el contexto de un modelo de gas social. Las reglas de procreación y muerte de individuos toman en cuenta consideraciones de tipo social que son posibles incluir debido a que el modelo de gas social utilizado permite contabilizar los nexos sociales entre los individuos; Hasta donde sabemos estos nexos no han sido tomados en cuenta en estudios previos. La evolución de la población en el caso social fue comparada con el caso ”asocial” en el que los individuos tienden a vivir aislados y compiten por los recursos en el sistema. Entre los resultados preliminares de este estudio se muestra que la edad media de la población, así como su dispersión, tienden a ser mayores en el caso en que los individuos siguen reglas sociales de cooperación y protección.

El autor agradece al CDCHT de la Universidad de Los Andes por su apoyo a través del proyecto C-1271-04-05-A.

## 6 Referencias

D. Helbing, Rev. Mod. Phys. 73, 1068 (2001).

A. Parravano and L. M. Reyes (enviado)

T. Shibata y K. Kaneko, *Physica D* 181, 197 (2003).

T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet.

*Phys. Rev. Lett.* 75, 1226-1229 (1995). D. H. Zanette and A. S. Mikhailov, *Physica D* 194, 203-218 (2004).

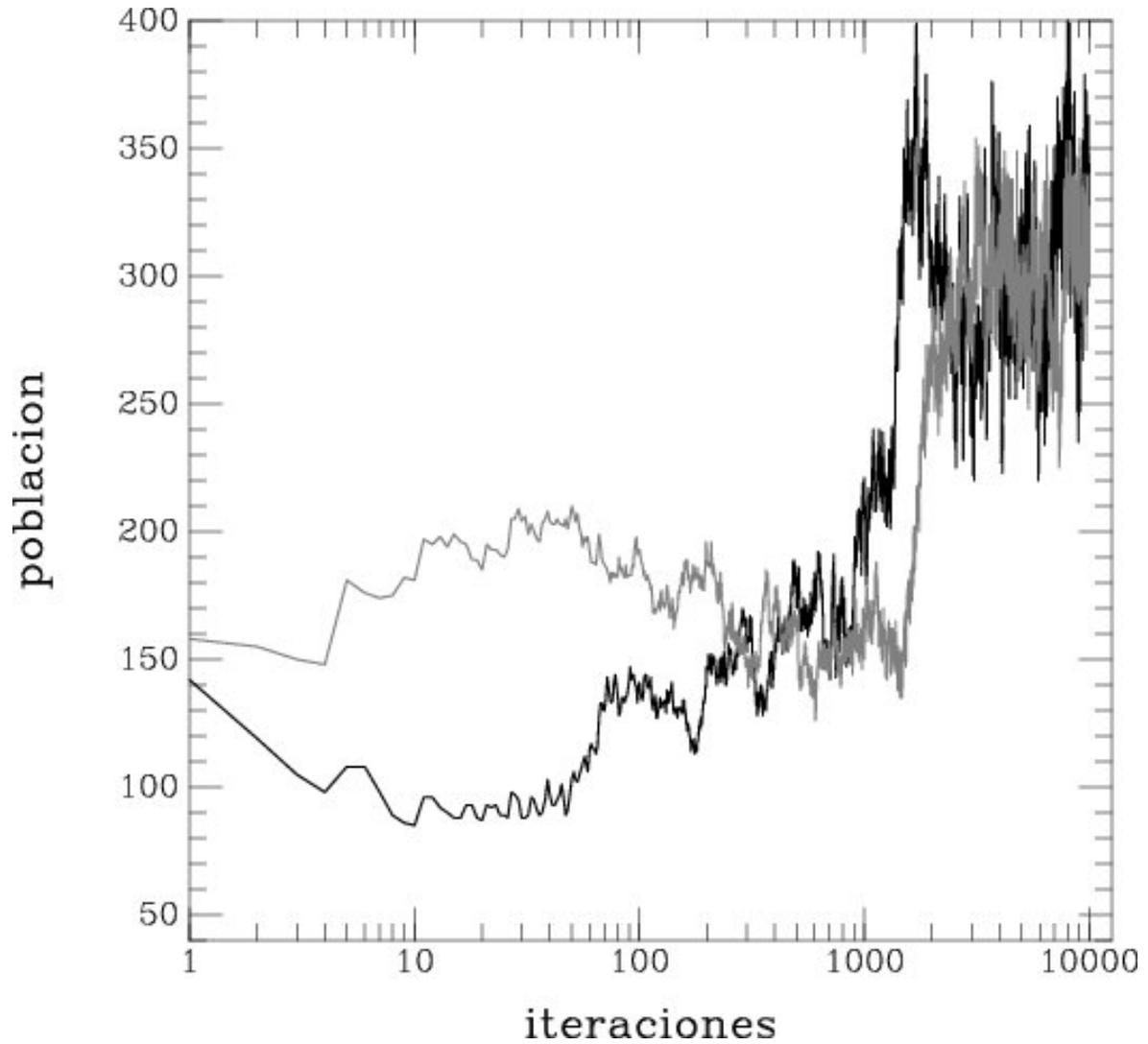


Figura 1a

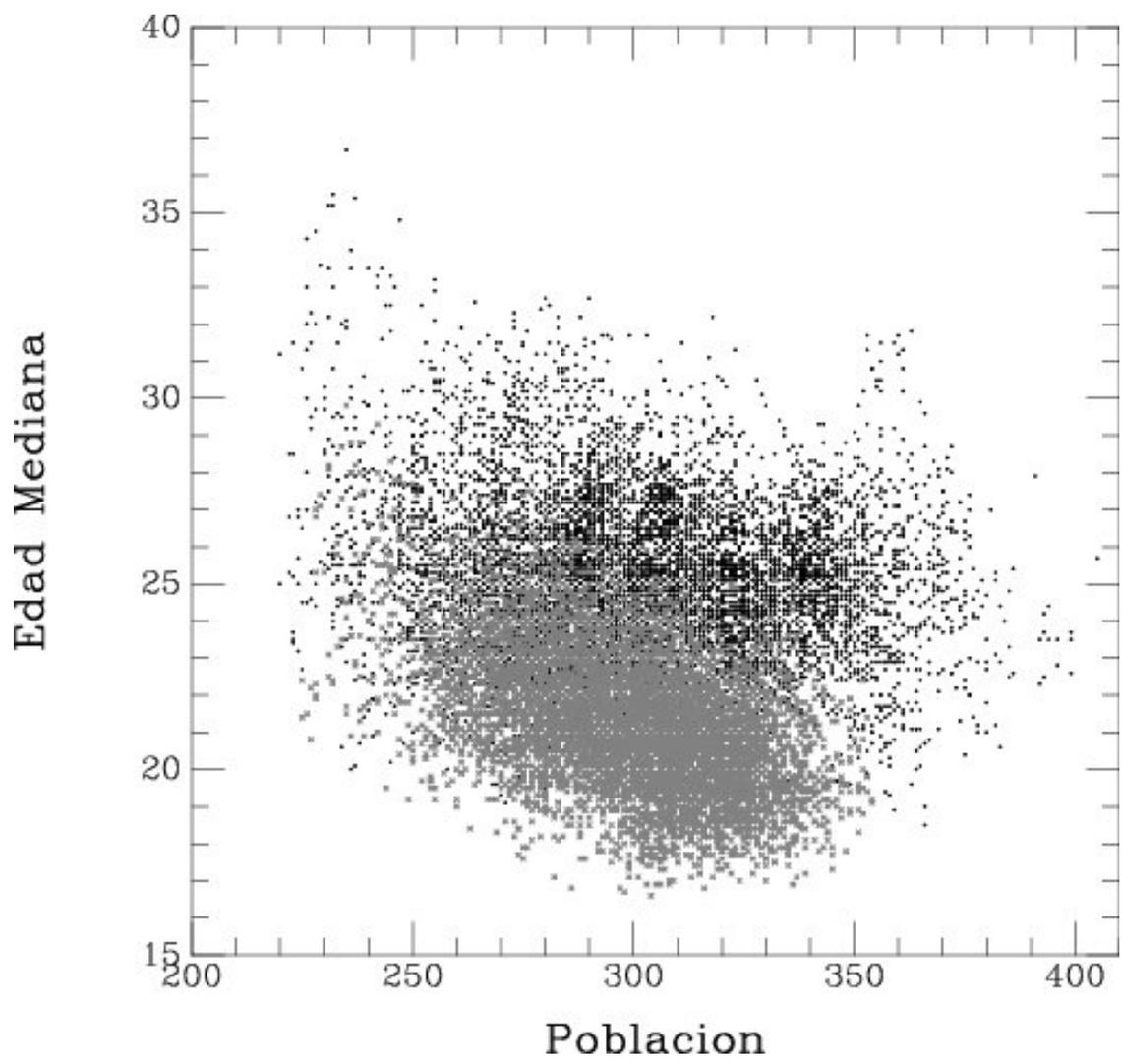


Figura 2a